

**VYSOKÁ ŠKOLA BAŇSKÁ – TECHNICKÁ
UNIVERZITA OSTRAVA**

Fakulta strojní

Katedra částí a mechanismů strojů

Analýza závislosti vibrací kardanové hřídele na její zástavbové délce

*Analysis of Cardan Shaft Vibration
Dependence on its Build-up Length*

Autor:

Bc. Jiří Struž

Vedoucí práce:

Ing. Petr Maršálek, Ph.D.

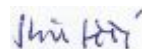
Ostrava 2018

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V práci jsem použil interní údaje o technických parametrech nákladního vozidla získaných od firmy Tatra Trucks a.s., firma s jejich zveřejněním souhlasí.

V Ostravě dne: 21.5.2018



Podpis studenta

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta strojní
Katedra částí a mechanismů strojů

Zadání diplomové práce

Student:

Bc. Jiří Struž

Studijní program:

N2301 Strojní inženýrství

Studijní obor:

3909T001 Konstrukční a procesní inženýrství

Specializace:

40 Konstrukce strojních dílů a skupin

Téma:

Analýza závislosti vibrací kardanové hřídele na její zástavbové délce
Analysis of Cardan Shaft Vibration Dependence on its Build-up Length

Jazyk vypracování:

čeština

Zásady pro vypracování:

1. Analýza současného stavu, porovnání uložení „Z“ a „V.“
2. Porovnání teoretických poznatků s reálnými náměry z nákladního vozidla.
3. Analýza přínosu zvětšené délky hřídele a praktické ověření měření na vozidle.
4. Návrh optimální délky hřídele pro dané vozidlo s uložením kardanu do „V.“

Seznam doporučené odborné literatury:

BRÁT, Vladimír, STEJSKAL, Stanislav a LEDERER, Pavel. *Kinematika: Určeno pro stud. fak. strojní.* Dotisk [2. vyd.]. Praha: ČVUT, 1986. 216 s.

VLK, František. *Převodová ústrojí motorových vozidel.* 2. vyd. Brno: František Vlk, 2003. 312 s. ISBN 80-239-0025-0.

zkušební protokoly společnosti TATRA TRUCKS a. s.

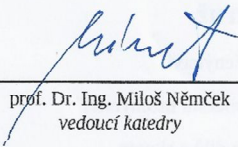
firemní katalogy výrobců kloubových hřídelů

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

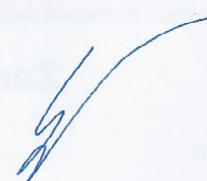
Vedoucí diplomové práce: **Ing. Petr Maršálek, Ph.D.**

Datum zadání: 08.12.2017

Datum odevzdání: 21.05.2018


prof. Dr. Ing. Miloš Němček
vedoucí katedry




doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty

Poděkování

Na úvod své diplomové práce chci poděkovat svému vedoucímu diplomové práce Ing. Petru Maršálkovi, Ph.D., který svým odborným přístupem, ochotou a trpělivostí přispěl k finální podobě této diplomové práce. Dále chci vyjádřit svůj dík doc. Ing. Zdeňku Foltovi, Ph.D., který svou ochotou předat své zkušenosti významně přispěl při vyhodnocení vibrací. Na tomto místě taktéž děkuji panu proděkanovi Ing. Zdeňku Porubovi, Ph.D. za pomoc při vytváření MKP analýz. Také děkuji Mgr. Ing. Aleně Bilošové, Ph.D. za pomoc při realizaci experimentu a jeho následného vyhodnocení. Veliký dík také patří zaměstnancům společnosti Tatra Trucks a.s., zvláště pak Richardu Klosovi, který umožnil realizaci diplomové práce a Ing. Martinu Fraitovi, který poskytl potřebný materiál k sepsání této diplomové práce. Zvláštní poděkování pak patří mé babičce a zbytku mé rodiny, kteří mě svou tolerancí a trpělivostí podporovali při studiu.

„Každá věc může být uvedena do souvislosti s něčím, žádná nemůže být uvedena do souvislosti se vším.

Jacob Robert Oppenheimer

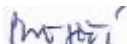
Americký teoretický fyzik a profesor fyziky

*(*1904 -†1967)*

Prohlašuji, že:

- jsem si vědom, že na tuto moji závěrečnou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. Zákon o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (dále jen Autorský zákon), zejména § 35 (Užití díla v rámci občanských či náboženských obřadů nebo v rámci úředních akcí pořádaných orgány veřejné správy, v rámci školních představení a užití díla školního) a § 60 (Školní dílo),
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo užít tuto závěrečnou diplomovou práci nekomerčně ke své vnitřní potřebě (§ 35 odst. 3 Autorského zákona),
- bude-li požadováno, jeden výtisk této diplomové práce bude uložen u vedoucího práce,
- s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 Autorského zákona,
- užít toto své dílo, nebo poskytnout licenci k jejímu využití, mohu jen se souhlasem VŠB - TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše),
- beru na vědomí, že – podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů – že tato diplomová práce bude před obhajobou zveřejněna na pracovišti vedoucího práce, a v elektronické podobě uložena a po obhajobě zveřejněna v Ústřední knihovně VŠB-TUO, a to bez ohledu na výsledek její obhajoby

V Ostravě dne: 21.5.2018


Podpis studenta

Jméno a příjmení autora práce: Jiří Struž

Adresa trvalého pobytu autora práce: Na Nivách 13/1271 Ostrava – Zábřeh

Anotace diplomové práce

STRUŽ, Jiří. *Analýza závislosti vibrací kardanové hřídele na její zástavbové délce*: diplomová práce. Ostrava : VŠB – Technická univerzita Ostrava Fakulta strojní, Katedra částí a mechanismů strojů, 117s. Vedoucí práce: Maršálek, Petr.

Tato diplomová práce se zabývá analýzou vibrací vznikající při rotaci kardanové hřídele se dvěma klouby. V úvodu této práce se zabývám základní kinematikou kardanové hřídele, ve které se snažím srozumitelně odvodit analytické vztahy popisující kinematiku křížových kloubů. Kinematické závislosti získané analytickými výpočty jsou ověřeny pomocí metody konečných prvků. Po tomto teoretickém vstupu do problematiky následují MKP analýzy a analytické výpočty, které se zaměřují na vlastní frekvence kardanové hřídele a hledají závislost její zástavbové délky na vibracích. Taktéž jsou zkoumány vlivy odpružení převodovky. Dále tato práce obsahuje analýzu vibrací, která byla získána při reálném měření na vozidle. V závěru této práce je také provedena experimentální modální analýza.

Klíčová slova: úhlová rychlost, úhlové zrychlení, vibrace, délka kardanové hřídele, tuhost, vlastní frekvence, FFT – Rychlá Fourierova transformace

Annotation of Master Thesis

STRUŽ, Jiří. *Analysis of Cardan Shaft Vibration Dependence on its Build-up Length*: Master Thesis. Ostrava : VSB – Technical University of Ostrava Faculty of Mechanical Engineering, Department of Machine Parts and Mechanisms , 117s. Thesis Head: Maršálek, Petr.

This thesis deals with vibration analyses, which are generated during rotation of cardan shaft with two joints. First part of this thesis describes basic cardan shaft cinematics. In this part I specify analyses of cinematic dependences of cardan shaft. Analytical calculations are verified by FEM analysis (Final Element Method). After theoretical part follows FEM analysis which is looking for dependence length of cardan shaft on his own frequency. The effects of the gearbox suspension are being investigated too. This thesis also contains vibration analysis, which was obtained in real measurement on vehicle. In the end of this thesis is performed experimental modal analysis.

Keywords: angular velocity, angular acceleration, vibration, length of cardan shaft, rigidity, own frequency, FFT – Fast Fourier transform

Obsah

Úvod	12
1. Stručný náhled do historie	13
2. Spojovací a kloubové hřídele	14
2.1 Podélné hnací hřídele	15
2.2 Příčné hnací hřídele	17
3. Kinematika kardanové hřídele	20
3.1. Kinematika prvního křížového kloubu	20
3.1.1. Odvození úhlového zrychlení	23
3.2. Kinematika druhého křížového kloubu	26
3.3. Kinematická analýza v MKP softwaru ANSYS	28
3.4. Vliv uspořádání kardanové hřídele na kinematiku	29
4. Vliv zástavbové délky kardanové hřídele na vlastní frekvenci	30
5. Vibrační diagnostika	34
5.1 Měření vibrací	34
5.1.1 Schéma měření	35
5.1.2 Definice jízdních režimů	37
5.2 Vliv odpružení převodovky na hladinu vibrací	37
5.3 Vyhodnocení naměřených hodnot	40
5.3.1 Výpočet parametrů potřebných k vyhodnocení naměřených hodnot	40
5.3.2 Vlastní frekvence kardanové hřídele	44
5.3.3 Fourierova transformace	47
5.3.4 Frekvenční spektra na převodovce při přev. st. 3N a otáčkách 1200 min ⁻¹	48
5.3.5 Frekvenční spektra na rámu při přev. st. 4R a otáčkách motoru 1700 min ⁻¹	51
5.3.6 Závěr z vyhodnocení měření vibrací	54
6. Experimentální modální analýza	56
6.1 Provedení experimentu	57
7. Závislost délky kardanové hřídele na vlastní frekvenci kmitání	63
8. Závěr	65
9. Seznam použité literatury	67
10. Seznam příloh	69

Seznam použitých zkratek a symbolů

Značka	Název	Jednotka
c	elastická konstanta	[Nm/rad]
D_1, D_2, D_3, D_4	průměry jednotlivých válcových ploch výpočtového modelu	[mm]
D_{red}	průměr redukované hřídele	[m]
$F_1(t)$	časový průběh síly působící na ložiska křížového kloubu hnací hřídele	[N]
$F_2(t)$	časový průběh síly působící na ložiska křížového kloubu hnané hřídele	[N]
$F_{r2}(t)$	časový průběh radiální síly působící na ložiska křížového kl. hnané hřídele	[N]
$F_{a2}(t)$	časový průběh axiální síly působící na ložiska křížového kl. hnané hřídele	[N]
R	poloměr, na kterém působí silová dvojice	[m]
f_0	vlastní frekvence redukované hřídele	[Hz]
f_1	frekvence vibrací soukolí 1 v přídatném převodu	[Hz]
f_2	frekvence vibrací soukolí 2 v přídatném převodu	[Hz]
f_3	frekvence vibrací pastorku v rozvodovce	[Hz]
f_4	frekvence vibrací kola v rozvodovce	[Hz]
G	modul pružnosti ve smyku	[MPa]
$H(\omega)$	frekvenční odezвовá funkce	[–]
I	hmotový moment setrvačnosti redukované hřídele	[kg · m ²]
I_p, I_{pred}	polární moment setrvačnosti, redukovaný polární moment strv.	[m ⁴]
i_{p3N}	převodový poměr převodovky při zařazení přev. st. 3N	[–]
i_{p4R}	převodový poměr převodovky při zařazení přev. st. 4R	[–]
$i_{př1}; i_{př2}$	převodový poměr přídatného převodu	[–]
$i_{R1}; i_{R2}$	převodový poměr rozvodovky	[–]
$i_{k1}; i_{k2}$	převodový poměr kolové redukce	[–]
k_1, k_2, k_2	parametr zohledňující zkosení	[–]
L_{1-7}	délky jednotlivých válcových ploch výpočtového modelu	[mm]
L_{e1}, L_{e2}, L_{e3}	výpočet ekvivalentní délky úseku 1-3	[mm]
l, l_{red}	délka hřídele, redukovaná délka hřídele	[m]
M_a	amplituda budicího momentu motoru	[Nm]
M_k	krouticí moment	[Nm]
$M(t)$	časový průběh budicího momentu	[Nm]
m	hmotnost redukované hřídele	[kg]
n_1	otáčky hnací hřídele přídatného převodu	[s ⁻¹]
n_2	otáčky předlokové hřídele přídatného převodu	[s ⁻¹]
n_3	otáčky hnané hřídele přídatného převodu	[s ⁻¹]
Analýza závislosti vibrací kardanové hřídele na její zástavbové délce		Bc. Jiří Struž

n_4	otáčky hnací hřídele rozvodovky	$[s^{-1}]$
n_5	otáčky hnané hřídele rozvodovky	$[s^{-1}]$
n_{M1}, n_{M2}	otáčky motoru	$[s^{-1}]$
$n_{p3N-výstup1/2}$	otáčky na výstupu z převodovky	$[s^{-1}]$
$n_{př-výstup1/2}$	otáčky na výstupu z přídatného převodu	$[s^{-1}]$
$n_{R-výstup1/2}$	otáčky na výstupu z rozvodovky	$[s^{-1}]$
$n_{K-výstup1/2}$	otáčky na výstupu z kolové redukce	$[s^{-1}]$
o_{21}	rovina, ve které leží hnací hřídele	$[-]$
o_{32}	rovina kolmá na rovinu o_{21}	$[-]$
o_{32o}	rovina kolmá na rovinu o_{21} otočena o úhel γ_1	$[-]$
o_{41}	rovina sklopená o úhel β_1 od roviny o_{21}	$[-]$
P	výkon spalovacího motoru	$[W]$
T	točivý moment	$[Nm]$
$T_1(t)$	průběh točivého momentu v čase – hnací hřídel	$[Nm]$
$T_2(t)$	průběh točivého momentu v čase – vložená hřídel	$[Nm]$
t	čas	$[s]$
U	stupeň nerovnoměrnosti chodu	$[-]$
u_1	převodový poměr mezi hnací a hnanou hřídelí	$[-]$
z_1	počet zubů hnacího ozub. kola v přídatném převodu – soukolí 1	$[-]$
z_2	počet zubů hnaného ozub. kola v přídatném převodu – soukolí 1	$[-]$
z_3	počet zubů hnacího ozub. kola v přídatném převodu – soukolí 2	$[-]$
z_4	počet zubů hnaného ozub. kola v přídatném převodu – soukolí 2	$[-]$
z_5	počet zubů pastorku kuželového soukolí v rozvodovce	$[-]$
z_6	počet zubů kola kuželového soukolí v rozvodovce	$[-]$
β_1	úhel zalomení mezi hnací hřídelí a vloženou hřídelí	$[^\circ]$
β_2	úhel zalomení mezi vloženou hřídelí a hnanou hřídelí	$[^\circ]$
γ_1	okamžitá poloha hnací hřídele	$[^\circ]$
γ_2	okamžitá poloha vložené hřídele	$[^\circ]$
γ_3	okamžitá poloha hnané hřídele	$[^\circ]$
ε_1	úhlové zrychlení hnací hřídele	$[rad \cdot s^{-2}]$
ε_2	úhlové zrychlení vložené hřídele	$[rad \cdot s^{-2}]$
ε_3	úhlové zrychlení hnané hřídele	$[rad \cdot s^{-2}]$
ϕ_A	analyticky vypočtená vlastní frekvence kardanové hřídele	$[Hz]$
ϕ_a	amplituda torzního kmitání	$[rad]$
ϕ_X	experimentálně naměřená vlastní frekvence kardanové hřídele	$[Hz]$
φ	úhel zkroucení hřídele	$[rad]$
Ω_0	vlastní frekvence netlumeného kmitání redukované hřídele	$[rad \cdot s^{-1}]$

ω	úhlová rychlost	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$
ω_0	počáteční úhlová rychlost	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$
ω_1	úhlová rychlost hnací hřídele	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$
ω_2	úhlová rychlost vložené hřídele	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$
ω_{2min}	minimální úhlová rychlost vložené hřídele	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$
ω_{2max}	maximální úhlová rychlost vložené hřídele	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$
ω_3	úhlová rychlost hnané hřídele	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$
$\overrightarrow{\omega_{21}}$	úhlová rychlost úseku 2-1 (úhlová rychlost hnací hřídele ω_1)	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$
$\overrightarrow{\omega_{32}}$	úhlová rychlost úseku 3-2	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$
$\overrightarrow{\omega_{43}}$	úhlová rychlost úseku 4-3	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$
$\overrightarrow{\omega_{41}}$	úhlová rychlost úseku 4-1 (úhlová rychlost vložené hřídele ω_2)	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$
ω_m	úhlová rychlost motoru pro jízdní režim 4R1700	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$

Úvod

V řadě technických aplikací je nutné přenášet točivý moment z hnacího stroje na pracovní stroj a při tom překonávat velké vzdálenosti a nesouososti. Jednou z možností, jak se vypořádat s tímto problémem je použití kloubových hřídelí. Nejčastěji se lze s kloubovými hřídelemi setkat v automobilových aplikacích, kde slouží k přenosu točivého momentu z převodovky do rozvodovky nebo k přenosu točivého momentu mezi rozvodovkou a koly.

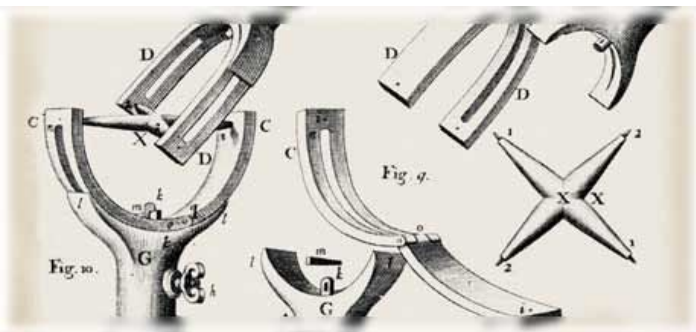
Nevýhodou kloubové (resp. kardanové) hřídele je, že při otáčení dochází ke vzniku nerovnoměrnosti chodu, která je doprovázena nežádoucími vibracemi. Podmínkou vzniku nerovnoměrnosti chodu je nenulový úhel mezi hnací a vloženou hřídelí kardanové hřídele. Vibrace negativně ovlivňují životnost strojních součástí např. uložení hřídelí a u některých automobilových aplikací mohou snižovat komfort posádky.

Právě z těchto důvodů jsou konstruktéři nuceni hledat různá konstrukční řešení, která vedou ke snížení vibrací, popř. k její úplné eliminaci. O hledání příčiny vibrací a vlivu délky na vibrace pojednává jádro této diplomové práce.

1. Stručný náhled do historie

První známá historicky doložená aplikace kardanové hřídele, resp. křížového kloubu pochází z Číny z doby přibližně před 2000 lety. Toto zařízení se skládalo ze série spojovacích kroužků, které umožňovalo uchycení svíčky a udržovalo ji ve vzpřímené poloze. [11] Autor tohoto zařízení je bohužel neznámý. Některé historické prameny uvádějí, že prvním vynálezcem tohoto zařízení byl Filón Byzantský - matematik a konstruktér válečných strojů, žijící ve 2. st. př. n. l. (nikoliv řecký spisovatel žijící přibližně ve 2. nebo 3. století n. l.)

Ve středověku přichází na scénu italský matematik Girolamo Cardano, který popisuje matematicky princip funkce a uvádí, že lze toto zařízení použít k přenosu rotačního pohybu i přes šikmé spojení. Tento nový koncept byl viděn poprvé v roce 1548 na kočáru, který přepravoval císaře Svaté říše římské Karla V. [11] V následujícím století se ke Cardanově myšlence vrátil britský vynálezce Robert Hook při navrhování helioskopu, který provedl jistou úpravu Cardanova vynálezu, tak, aby rotační pohyb jednoho hřídele se přenášel na druhý. Bez ohledu na to, jak jsou k sobě tyto dva hřídele orientovány. Trvalo to několik dalších staletí, než automobilový konstruktér Clarence W. Spicer uplatnil tuto myšlenku v automobilovém průmyslu.



Obr. 1.1 - Hookova úprava křížového kloubu [11]

V průběhu století následující po přelomovém Cardanově vynálezu bylo vynalezeno mnoho dalších zařízení využívající jeho princip. Příkladem může být gyrokompas, jehož vynálezcem je francouzský fyzik Leon Foucault, viz Obr. 1.2. nebo na Obr. 1.3 je zobrazen lodní chronometr, což je zařízení k měření času s nejvyšší normou přesnosti. [12], [13]



Obr. 1.2 – Gyrokompas [12]

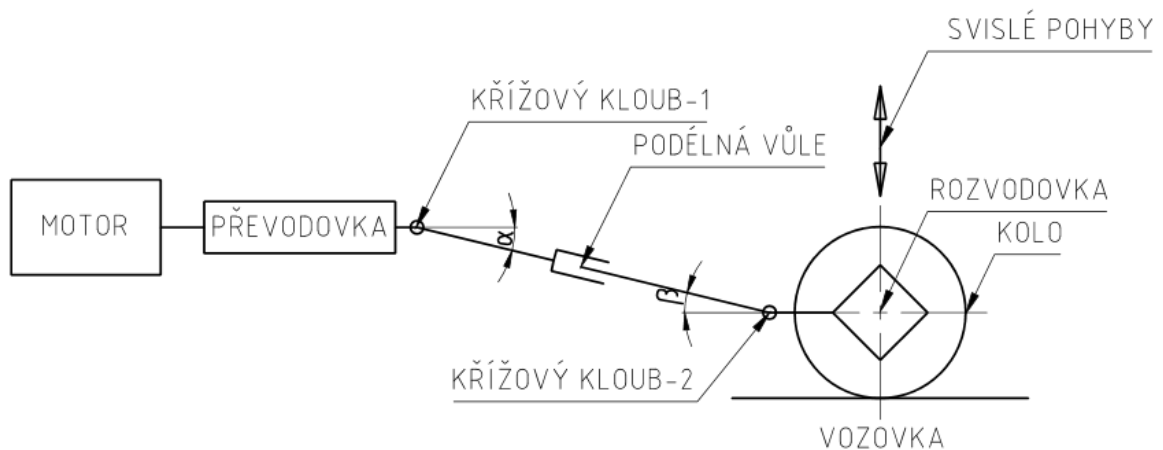


Obr. 1.3 – Lodní chronometr [13]

2. Spojovací a kloubové hřídele

Jak jsem zmínil v úvodu této práce, kloubové hřídele se používají k přenosu točivého momentu mezi dvěma převodovými ústrojími od sebe oddělenými. Příkladem může být převodovka – rozvodovka, převodovka-přídavný pohon nebo rozvodovka – kola. V některých technických aplikacích může docházet také k pohybu ve svislém směru vlivem kmitání motoru nebo kmitání od nerovností vozovky, čímž dojde ke změně vzájemné polohy mezi hnacím a pracovním strojem. [1]

Na Obr. 2. 1 je schematicky znázorněno hnací ústrojí vozidla se standardním pohonem. Standardní koncepce pohonu se vyznačuje tím, že motor je uložen v přední části vozu a pohání kola zadní nápravy. Z Obr. 2. 1 lze vidět, že křížové klouby 1 a 2 dovolují sklopení spojovací hřídele o úhly α a β . Spojovací hřídele, také slouží ke spojení sousedních částí převodového ústrojí, jejichž vzájemná poloha se při provozu nemění, typickým příkladem jsou nákladní automobily Tatra s páteřovým rámem. [1], [14]



Obr. 2. 1 – Schématické znázornění standardního pohonu

Pozn. Hnací hřídel u standardní koncepce pohonu, který spojuje převodovku s rozvodovkou se nazývá spojovací hřídel dle [1].

Podle použití lze rozdělit hnací hřídele na:

- Podélné hnací hřídele
- Příčné hnací hřídele

Hnací hřídele, lze rozdělit také podle převodu na:

- S konstantním převodem (stejnoběžné – homokinetické)
- S periodicky proměnlivým převodem (kardanová hřídel)

Mezi hlavní požadavky kladené na spojovací, resp. kloubové hřídele jsou:

- Přenos momentu s vysokou účinností
- Přenos momentu s konstantním převodem
- Dlouhá životnost
- Provoz bez údržby
- Nízký moment setrvačnosti

2.1 Podélné hnací hřídele

Hnací hřídel standardního pohonu je obvykle tvořena trubkou, jejíž konec je opatřen drážkováním pro připojení na hnací unášec předního kloubu. Na druhém konci je přivařen unášec druhého kloubu. Díky drážkování je možno měnit délku hřídele v závislosti na výkyvech ve svislém směru.

Jedním z důležitých parametrů hnacích hřídelí je délka. Délka bývá často omezována ohybovými kmity, které nastávají při určitých otáčkách a délce hřídele. Úhlová rychlost, při které dochází ke vzniku „mezních“ ohybových kmitů se nazývá kritická úhlová rychlost a je definována vztahem (2.1) pro plnou hřídel a vztahem (2.2) pro dutou hřídel. [1], [10]

$$\omega_{kr} = 1,28 \cdot 10^4 \cdot \frac{D}{l^2} \text{ [rad/s]} \quad (2.1)$$

$$\omega_{kr} = 1,28 \cdot 10^4 \cdot \frac{\sqrt{D^2 - d^2}}{l^2} \text{ [rad/s]} \quad (2.2)$$

kde D je vnější průměr [m]; d je vnitřní průměr [m]; l je délka hřídele [m]

Délka hřídele je dána kritickou úhlovou rychlostí ω_{kr} (vibrační omezení) a vzdáleností spojovaných částí.

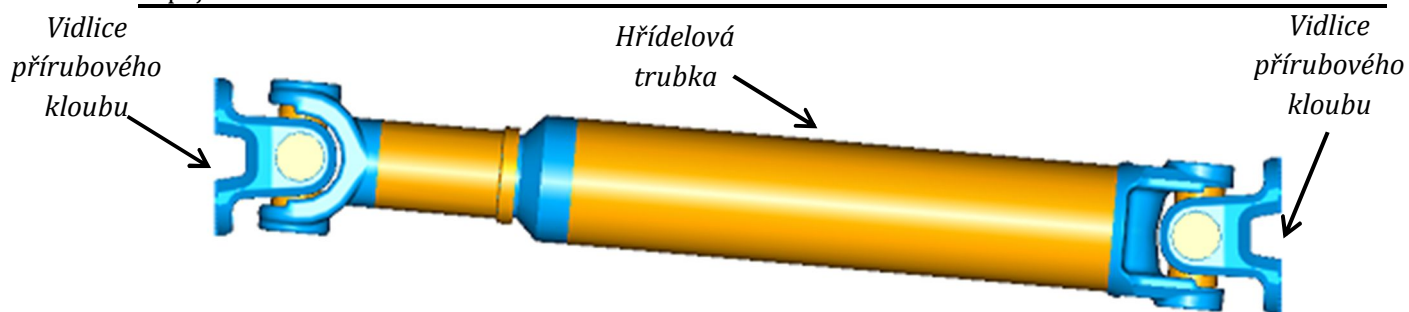
Skutečná kritická úhlová rychlost je vlivem vůlí a tuhosti uložení hřídele nižší přibližně o $0,6 \div 0,8$ vypočtené teoretické hodnoty. Je-li nutné použít dlouhou hnací hřídel, je nutné hřídel rozdělit a použít vložené ložisko, které zapříčiní zvýšení kritických otáček. Délka hřídele má rozhodující vliv na kritický počet otáček a na hlučnost, z těchto důvodů se u motorů s vysokými otáčkami používají hřídele menších délek nebo na podélné hřídele, které jsou opatřeny středovým ložiskem. [1], [9]

Velká délka hřídele se dvěma klouby, může při vyšších otáčkách způsobovat průhyb hřídele a tím způsobovat její kmitání. Z tohoto důvodu, jsou u těchto typů hřídelů vysoké nároky na přesnost vyvažování. Vlastnosti hřídelí je možno ovlivnit volbou materiálů a také volbou různých typů kloubů. Podle použití se volí materiály jako je ocel, hliníkové slitiny nebo vláknové kompozity. Volba materiálu značně ovlivňuje hmotnost, cenu, hlučnost a odolnost proti nárazu. [9]

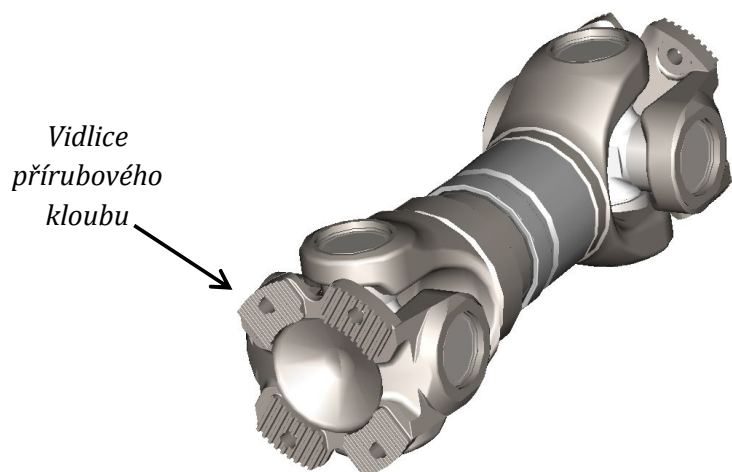
U podélných hřídelí kratších délek, popř. podélných hřídelí se třemi klouby je do značné míry zabráněno nepříznivým projevům, které jsou popsány v předchozím odstavci. Tyto nepříznivé projevy nejsou zcela odstraněny, ale vyskytují se daleko méně a v přijatelných mezích. K eliminaci nepříznivých projevů značně přispěje také poloha hřídele. Z tohoto důvodu je výhodné, aby příruby kloubů byly montovány ve stejné vzájemné poloze. [1], [9], [10]

Spojovací hřídel je dále namáhán na:

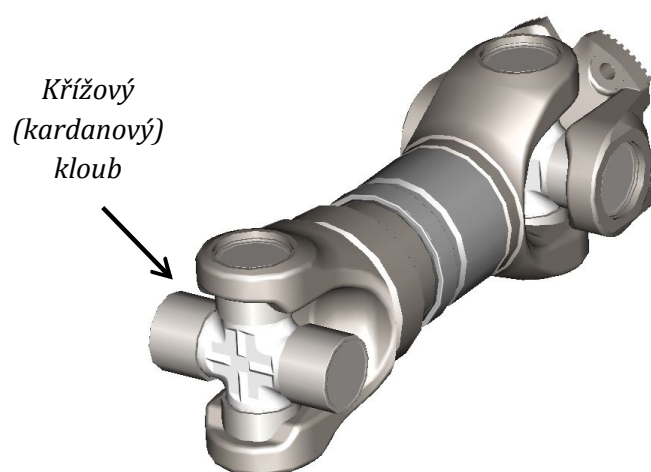
- Krut – únavové namáhání při proměnlivém ω_2
- Otláčení – otláčení boků zubů v drážkování
- Ohyb – ve vidlicích unášeců – únavové namáhání při proměnlivém ω_2
- Ohyb + Krut - ve vlastní hřídeli



Obr. 2.2 – Standardní kloubový hřídel se dvěma křížovými klouby



Obr. 2.3 – Detail vidlice přírubového kloubu



Obr. 2.4 – Detail křížového (kardanového) kloubu



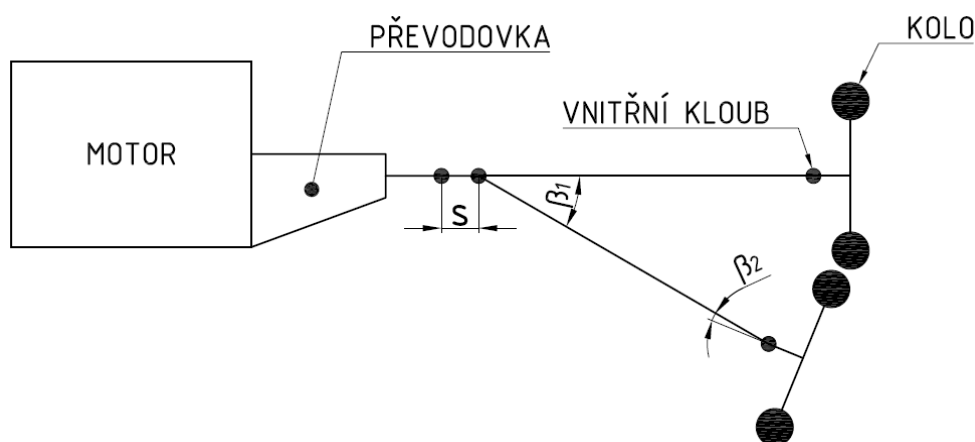
Obr. 2.5 – Podélná kardanová hřídel se třemi klouby [15]

2.2 Příčné hnací hřídele

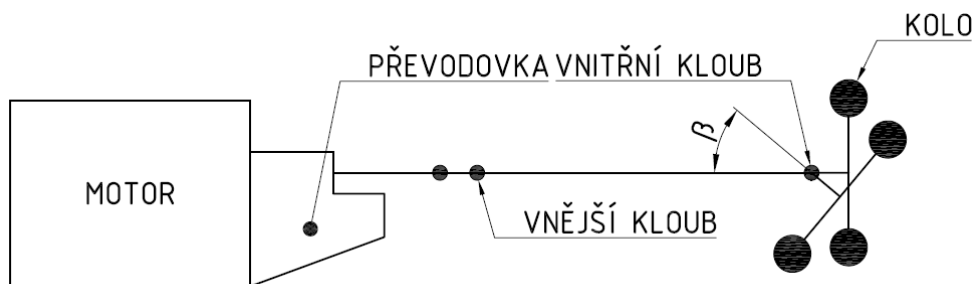
Příčné hřídele přenášejí hnací moment z diferenciálu dále na hnací kola a dále vyrovnávají rozdíly délek náprav při „propružení“. Úkolem těchto hřídelí je:[1]

- přenos sil z diferenciálu na hnací kola
- vyrovnání délek při „propružení“
- stejný chod předních kol při jejich natočení do rejdu

Pro kompenzaci rozdílu v délce nápravy se využívá zásuvného kloubu. Zásuvný kloub umožňuje posouvání v ose v určitém rozmezí a tím přizpůsobovat hřídel, změnám délky, ke kterým dochází. Znázornění posuvného kloubu je uvedeno na Obr. 2.6.

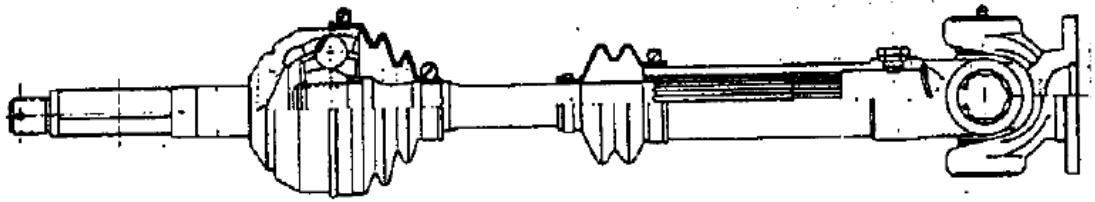


Obr. 2.6 - Znázornění posuvného kloubu – β je úhel zalomení kloubu; S je rozsah posuvu



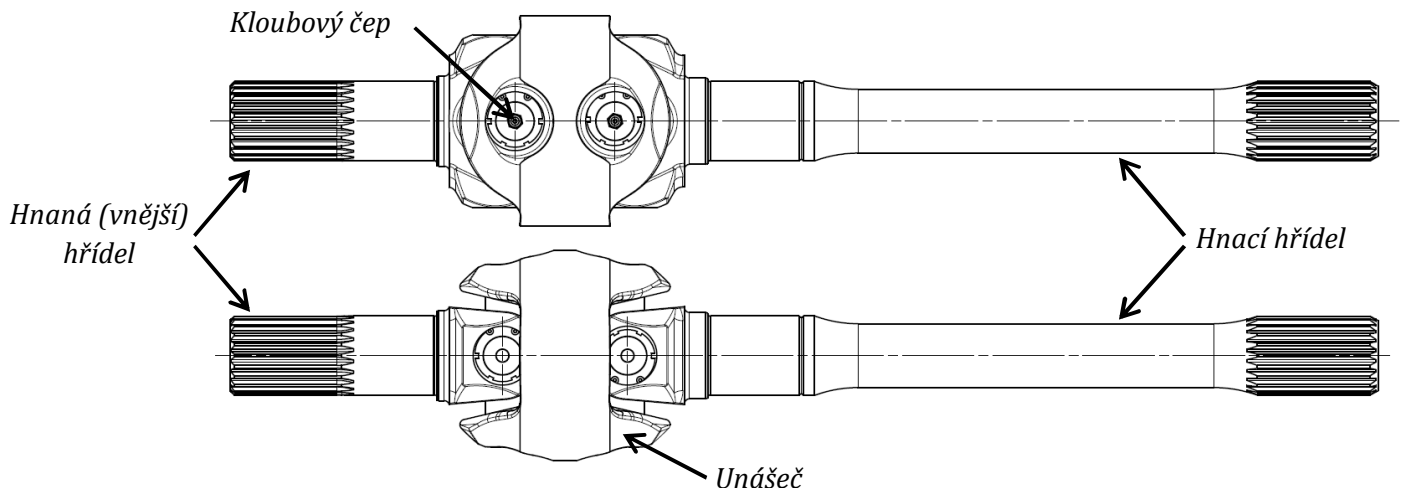
Obr. 2.7 – Problematika pohybu hnací hřídele při řízení

Přenos sil na přední kola probíhá přes hřídel, která je na svých koncích opatřena klouby. V minulosti se ve velké míře využívaly dvojité křížové klouby. Dnes se tento typ kloubu využívá u nákladních automobilů s pohonem všech kol. V konstrukcích osobních automobilů se využívá několika typů stejnoběžných (homokinetických) kloubů. Tyto stejnoběžné (homokinetické) klouby umožňují přenášet rovnoměrnou rotaci mezi různoběžnými hřídelemi pouze jedním kloubem. Ve většině případů se využívá stejnoběžného pevného kloubu na straně kola a posuvného stejnoběžného kloubu na straně převodů, viz Obr. 2.8.[1]



Obr. 2.8 – Hnací hřídel mezi rozvodovkou a hnacím kolem pro přední pohon osobního automobilu [1]

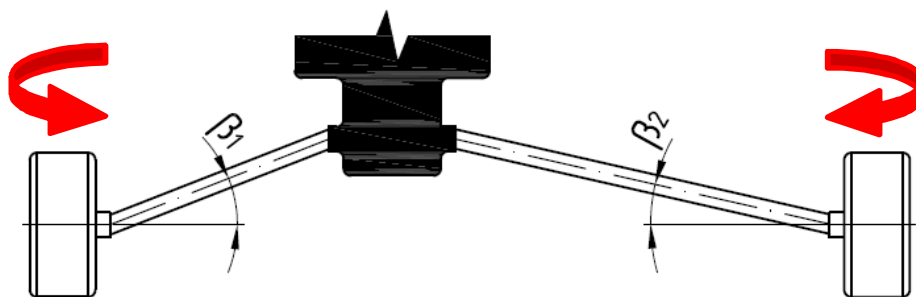
Příčná hnací hřídel nákladního automobilu s pohonem všech kol je zobrazena na Obr. 2.9. Poblíž řízeného kola je dvojitý křížový kloub.



Obr. 2.9 – Hřídel pro pohon řízené nápravy nákladního automobilu

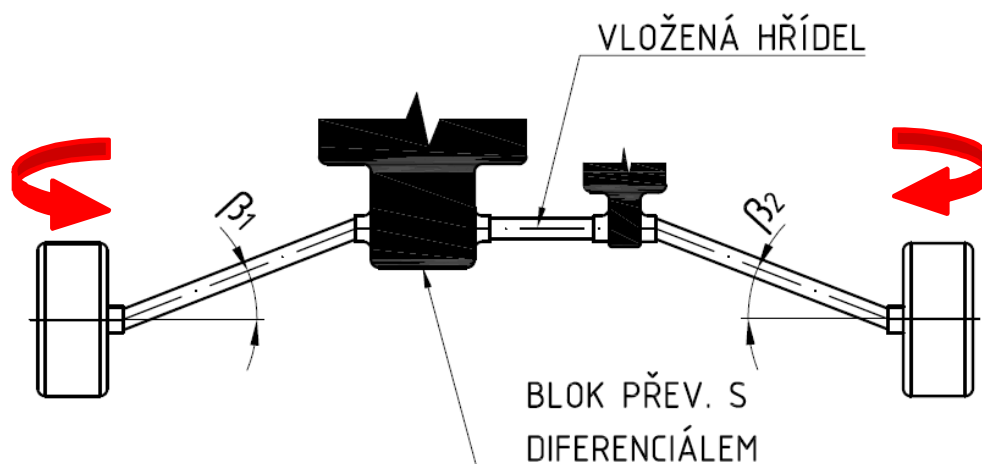
Příčné hřídele dosahují různých délek v závislosti na konstrukci. Z důvodu rozdílnosti délek (dle daného vozidla) mají i rozdílné vlastnosti a chování. Nepříznivé vlastnosti vyplývající z větší délky hřídelí. Mohou se nepříznivě projevit v řiditelnosti a jízdních vlastnostech vozidel. Všeobecně platí, že dlouhé hřídele mají menší tuhost než hřídele kratší. Také mají větší náchylnost ke kmitání, které se může projevat formou vyšší hlučnosti a zhoršení výše jmenovaných jízdních vlastností. [1]

U osobních automobilů je žádoucí, aby délky příčných hnacích hřídelů byly stejné. Stejnou délkou hřídelí se dosáhne stejného úhlu zalomení. Mají-li hřídele jiný úhel zalomení a tím i jinou délku, dochází ke stáčení kola kolem svislé osy vnějšího kloubu dovnitř (vozidlo by při prudkém zrychlení mohlo začít plavat – zhoršení jízdních vlastností). Konstrukce automobilu většinou dovoluje použití stejně dlouhých příčných hřídelí. K tomu, aby se dosáhlo stejného úhlu zalomení je potřeba vložit hřídel dle Obr. 2.11. Momenty, které při nestejných délkách stáčí kolo (kolem vnějšího kloubu), působí nyní proti sobě a navzájem se tak ruší. [1]



Obr. 2.10 – Rozdíly v úhlu zalomení při rozdílné délce hřídelí

Z Obr. 2.10 je vidět, že $\beta_1 > \beta_2$, kde β_1, β_2 jsou úhly zalomení.



Obr. 2.11 – Kompenzace úhlu zalomení pomocí vložené hřídele

Z Obr. 2.11 je vidět, že při použití vložené hřídele bude pro úhly zalomení platit, že $\beta_1 = \beta_2$.

U pohonu kol zadní nápravy lze použít hnací hřídele s posuvnými klouby, protože zde nedochází k natáčení kol z důvodu řízení vozidla, vyjma speciálních aplikací, kde dochází k natáčení zadní nápravy.



Obr. 2.12 – Příčná hnací hřídel pro zadní nápravu se dvěma posuvnými klouby; 1 – posuvný kloub na levém zadním kole; 2 – posuvný kloub na rozvodovce [1]

Pozn. Na Obr. 2.12 je uvedený jen příklad provedení zadního pohonu zadní nápravy. V konstrukční praxi je možné setkat se i s jinou formou řešení, než která je uvedena na Obr. 2.12.

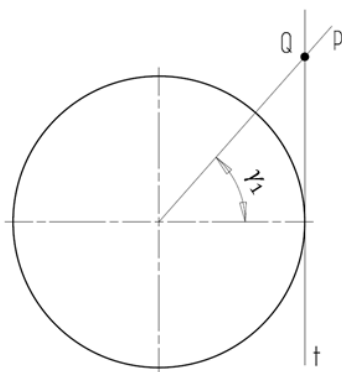
Při velkých změnách zatížení dochází k nežádoucím odezvám do řízení. Nežádoucím změnám se zabráňuje zařazením přesně vyladěného tlumiče kmitů. Tlumič kmitů je na hřídeli pružně upevněn pomocí pryžové vložky. Deformací vložky dochází k absorpci nežádoucích kmitů. Přitom dochází ke zlepšení dynamických vlastností pohybu hřídele, která se svými vlastnostmi přibližuje k vlastnostem krátkých hřídelí. Nevýhodou tohoto řešení je, že zvyšuje hmotový moment setrvačnosti příčné hřídele.

3. Kinematika kardanové hřídele

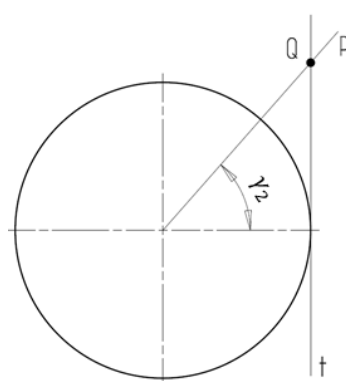
V této kapitole jsou odvozeny kinematické vztahy křížového kloubu analytickou metodou. Výsledky jsou porovnávány s výsledky získaných pomocí metody konečných prvků. Také jsou stručně popsány druhy uspořádání kardanových hřídelí a jejich vliv na kinematiku.

3.1. Kinematika prvního křížového kloubu

Úhel natočení hnací hřídele určím dle následujícího obrázku. Směrnice přímky p je dána tangentou úhlu, který svírá přímka p s osou x .

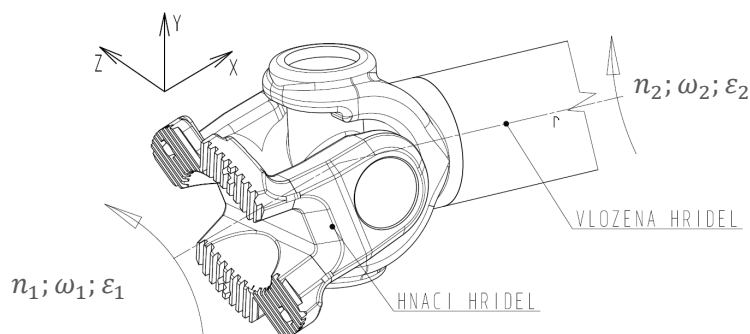


Obr. 3.1- Úhel natočení hnací hřídele – okamžitá poloha hnací hřídele

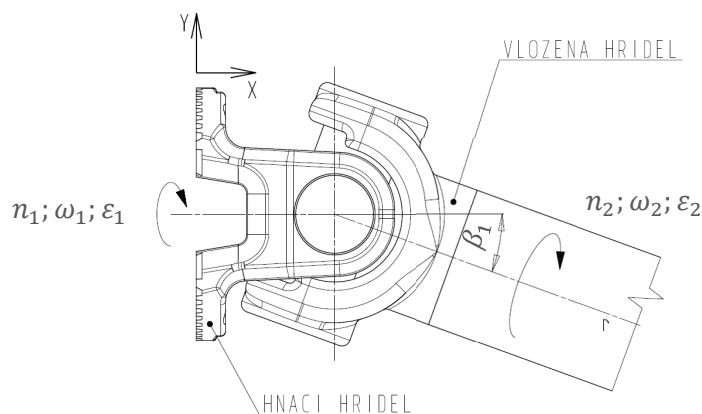


Obr. 3.2 - Úhel natočení vložené hřídele – okamžitá poloha vložené hřídele

Z Obr. 3.3 a Obr. 3.4 lze vidět, že je nutné sklopit přímku r (vložená hřídel) do roviny x - z .



Obr. 3.3 - Vyšetření převodu křížového kloubu – část 1



Obr. 3.4 - Vyšetření převodu křížového kloubu – část 2

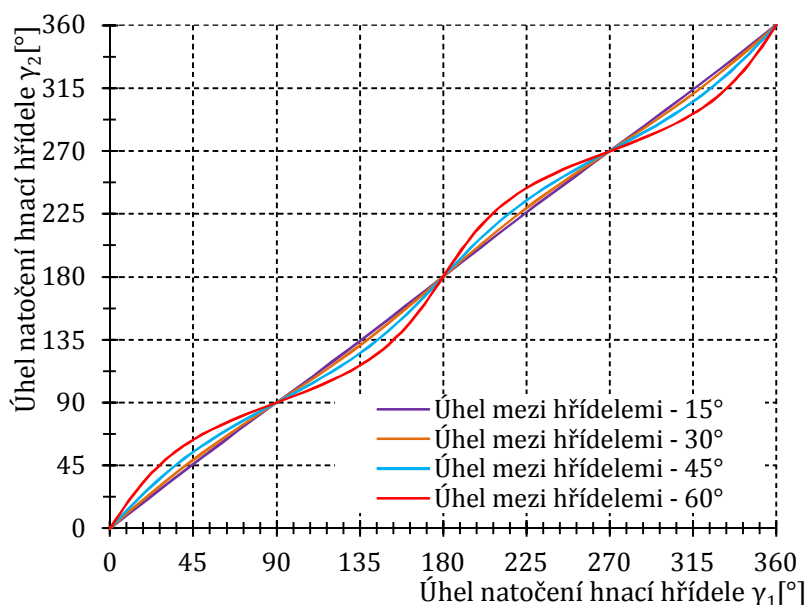
Tímto lze odvodit vztah udávající matematickou závislost mezi úhlem natočení hnací hřídele a úhlem natočení vložené hřídele. Pro tento vztah platí [1], [2]:

$$\tan(\gamma_1) = \tan(\gamma_2) \cdot \cos(\beta_1) \quad (3.1)$$

Z výše uvedeného vztahu lze vyjádřit závislost úhlu natočení γ_2 na úhlu natočení hnací hřídele γ_1 :

$$\gamma_2 = \arctan\left(\frac{\tan(\gamma_1)}{\cos(\beta_1)}\right) [^\circ] \quad (3.2)$$

Závislost úhlu natočení vložené hřídele γ_2 a úhlu natočení hnací hřídele γ_1 je patrná z Obr. 3.5. Z Obr. 3.1 a Obr. 3.2 vyplývá, že okamžitá poloha vložené hřídele je dána úhlem natočení γ_2 . Jeho časové derivace jsou úhlová rychlost vložené hřídele a úhlové zrychlení vložené hřídele. Na následujících řádcích je provedena derivace vztahu (3.2).



Obr. 3.5 - Závislost úhlu natočení hnací hřídele na úhlu natočení vložené hřídele

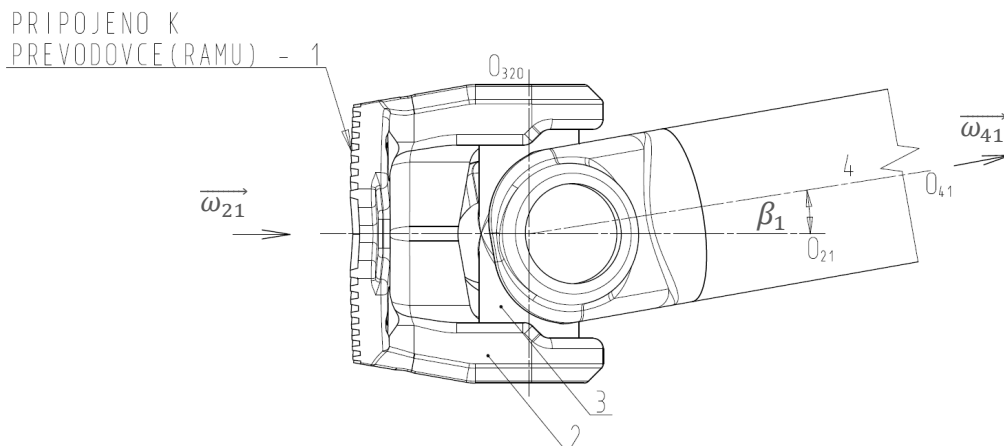
$$\dot{\gamma}_2 = \omega_2 = \frac{d\gamma_2}{dt} [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \frac{1}{1 + \frac{\sin^2(\gamma_1)}{\cos^2(\gamma_1) \cdot \cos^2(\beta_1)}} \cdot \frac{\cos(\gamma_1) \cdot \omega_1 \cdot \cos(\gamma_1) \cdot \cos(\beta_1) + \sin(\gamma_1) \cdot \sin(\gamma_1) \cdot \cos(\beta_1) \cdot \omega_1}{\cos^2(\gamma_1) \cdot \cos^2(\beta_1)} = \\ &= \frac{1}{\frac{\cos^2(\gamma_1) \cdot \cos^2(\beta_1) + \sin^2(\gamma_1)}{\cos^2(\gamma_1) \cdot \cos^2(\beta_1)}} \cdot \frac{\omega_1 \cdot \cos(\beta_1) \cdot (\cos^2(\gamma_1) + \sin^2(\gamma_1))}{\cos^2(\gamma_1) \cdot \cos^2(\beta_1)} = \\ &= \frac{\omega_1 \cdot \cos(\beta_1)}{\cos^2(\gamma_1) \cdot \cos^2(\beta_1)} \cdot \frac{\cos^2(\gamma_1) \cdot \cos^2(\beta_1)}{\cos^2(\gamma_1) \cdot \cos^2(\beta_1) + \sin^2(\gamma_1)} = \frac{\omega_1 \cdot \cos(\beta_1)}{\cos^2(\gamma_1) \cdot \cos^2(\beta_1) + \sin^2(\gamma_1)} \end{aligned}$$

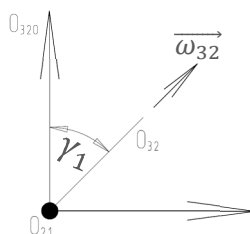
$$\dot{\gamma}_2 = \omega_2 = \frac{\omega_1 \cdot \cos(\beta_1)}{\cos^2(\gamma_1) \cdot \cos^2(\beta_1) + \sin^2(\gamma_1)} [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (3.4)$$

Pro výpočet, který jsem prováděl v programu Excel, uvažuji úhlovou rychlost hnací hřídele $\omega_1 = 1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Úhlovou rychlost vložené hřídele je možné také získat pomocí trigonometrické

metody [2]. Při řešení předpokládám výchozí polohu, ve které osa rotace o_{43} leží v rovině os o_{21} a o_{41} a osa rotace o_{320} je na tuto rovinu kolmá. Obecná poloha mechanismu je určena úhlem pootočení hnacího členu o úhel γ_1 . [2]



Obr. 3.6 - Vyšetření převodového poměru křížového kloubu pomocí trigonometrické metody – část 1[2]



Obr. 3.7 - Vyšetření převodového poměru křížového kloubu pomocí trigonometrické metody -část 2[2]

Pro úhlové rychlosti z Obr. 3.6 a Obr. 3.7 platí [2]:

$$\vec{\omega}_{41} = \vec{\omega}_{43} + \vec{\omega}_{32} + \vec{\omega}_{21} \quad (3.5)$$

Výše uvedený vektorový vztah lze rozepsat do tří rovnic skalárních. Pro řešení této úlohy stačí jen dvě složkové rovnice do přímek o_{41} a o_{32} . [2]

$$o_{41}: \omega_{41} = \omega_{21} \cdot \cos(\beta_1) - \omega_{32} \cdot \sin(\gamma_1) \cdot \sin(\beta_1) \quad (3.6)$$

$$o_{32}: \omega_{32} = -\omega_{41} \cdot \sin(\gamma_1) \cdot \sin(\beta_1) \quad (3.7)$$

Ze soustavy rovnic (8),(9) lze vyjádřit úhlovou rychlost vložené hřídele $\omega_2 = \omega_{41}$:

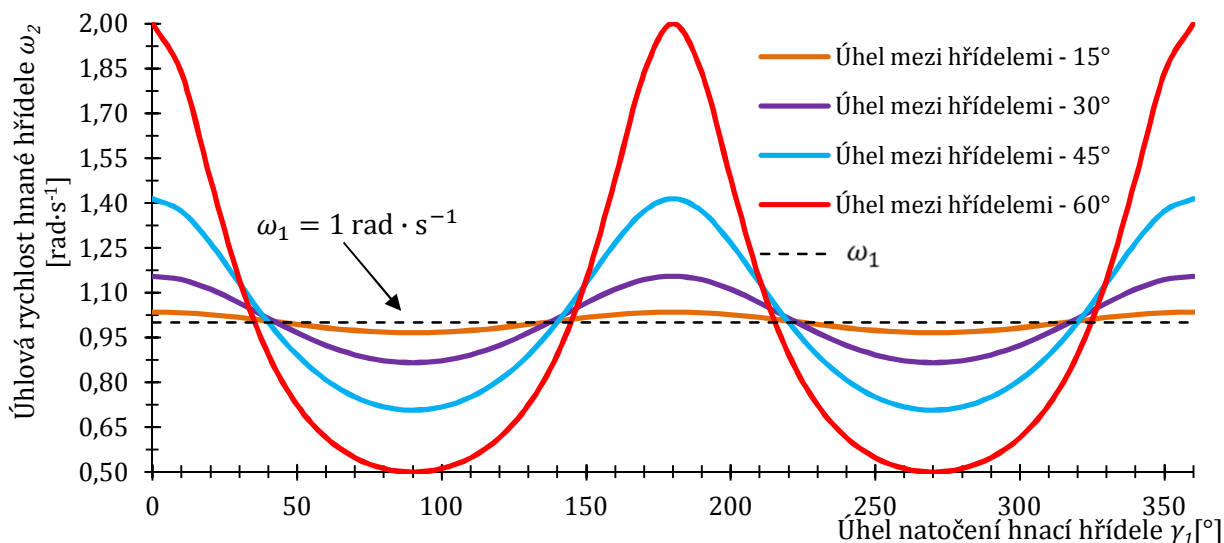
$$\omega_{41} = \omega_{21} \cdot \cos(\beta_1) - \omega_{41} \cdot \sin^2(\beta_1) \cdot \sin^2(\gamma_1) \rightarrow \omega_{41} - \omega_{41} \cdot \sin^2(\beta_1) \cdot \sin^2(\gamma_1) = \omega_{21} \cdot \cos(\beta_1) \rightarrow \omega_{41} \cdot (1 - \sin^2(\beta_1) \cdot \sin^2(\gamma_1)) = \omega_{21} \cdot \cos(\beta_1)$$

↓

$$\omega_2 = \omega_{41} = \frac{\omega_{21} \cdot \cos(\beta_1)}{(1 - \sin^2(\beta_1) \cdot \sin^2(\gamma_1))} [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (3.8)$$

Z výše uvedených výpočtů lze vidět, že různými způsoby lze získat matematický vztah popisující závislost $\omega_2 = f(\gamma_1)$. Je nutno poznamenat, že těmito různými matematickými vztahy jsem se vždy dostal ke stejnému výsledku.

Na následujícím obrázku je znázorněna grafická závislost úhlové rychlosti vložené hřídele na úhlu natočení hnací hřídele $\omega_2 = f(\gamma_1)$ pro různé úhly mezi hřídelemi β_1 .



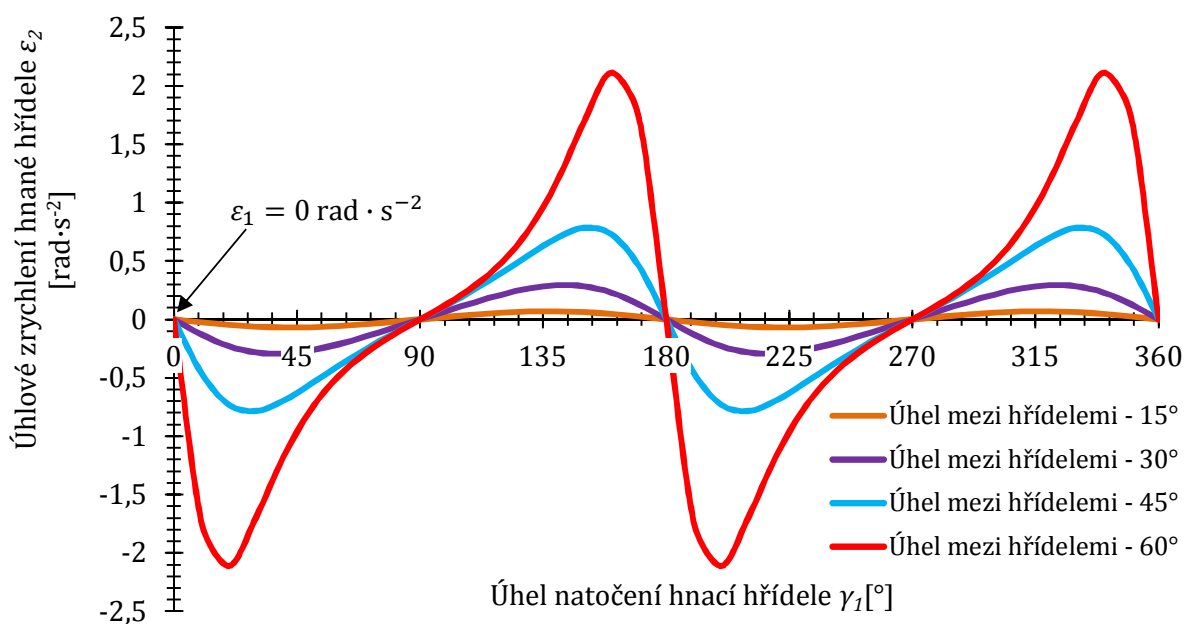
Obr. 3.8 - Závislost úhlové rychlosti hnací hřídele na úhlu natočení hnací hřídele - $\omega_2 = f(\gamma_1)$

3.1.1. Odvození úhlového zrychlení

Okamžitá poloha vložené hřídele je dána úhlem natočení γ_2 . Časovou derivací úhlu natočení je podobně jako úhlová rychlost i úhlové zrychlení [3].

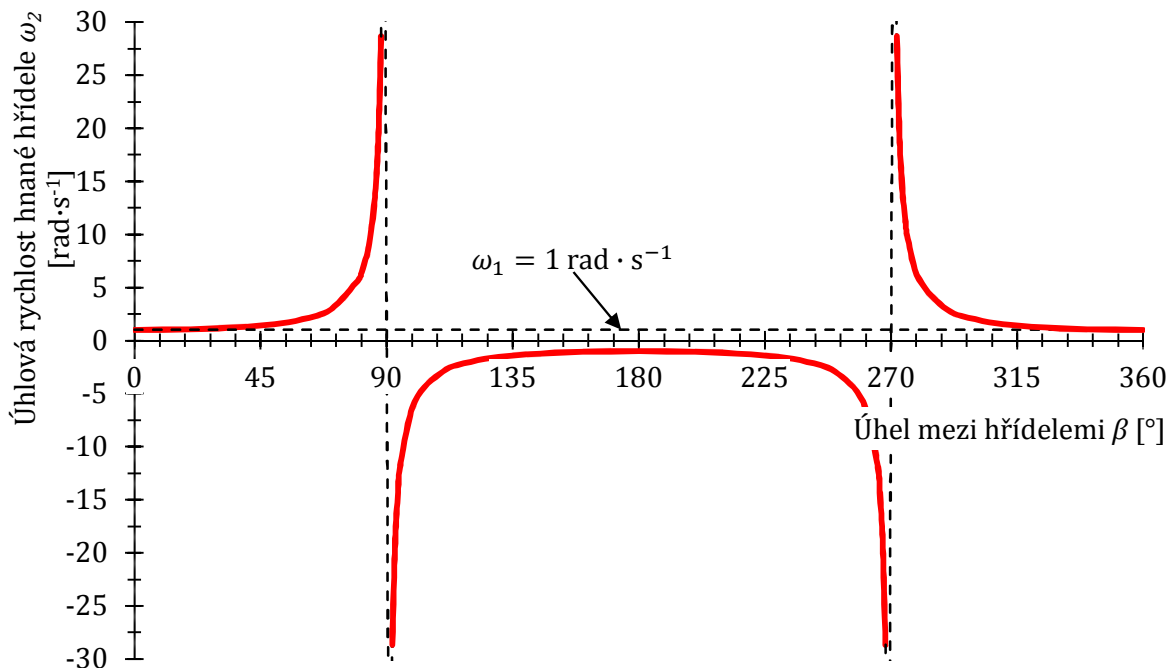
$$\ddot{\gamma}_2 = \varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d^2\gamma_2}{dt^2} = \omega_2 \cdot \frac{d\omega_2}{d\gamma_2} = \frac{\varepsilon_1 \cdot \cos(\beta_1) \cdot [\cos^2(\gamma_1) \cdot \cos^2(\beta_1) + \sin^2(\gamma_1)] - \omega_1 \cdot \cos(\beta_1) \cdot [\cos^2(\beta_1) \cdot (-2) \cdot \sin(\gamma_1) \cdot \cos(\gamma_1) + \sin(2\gamma_1)]}{\cos^4(\gamma_1) \cdot \cos^4(\beta_1) + 2 \cdot \cos^2(\gamma_1) \cdot \cos^2(\beta_1) \cdot \sin^2(\gamma_1) + \sin^4(\gamma_1)} \quad (3.9)$$

Na následujícím Obr. 3.9 je znázorněna závislost úhlu natočení hnací hřídele γ_1 a úhlového zrychlení vložené hřídele ε_2 , tedy $\varepsilon_2 = f(\gamma_1)$. Výpočtově předpokládám, že $\varepsilon_1 = 0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$.



Obr. 3.9 - Závislost úhlového zrychlení hnací hřídele na úhlu natočení hnací hřídele - $\varepsilon_2 = f(\gamma_1)$

Na základě znalosti výše uvedených vztahů pro výpočet úhlového zrychlení a úhlové rychlosti je možné sestavit matematickou závislost, ve které uvažují, že by docházelo za chodu (otáčení) hnací a vložené hřídele, ke změně úhlu mezi hřídelemi β . Tento graf je znázorněn na Obr. 3.10. Z grafu je vidět, že úhel mezi hřídelemi značně ovlivňuje oscilace úhlové rychlosti (úhlového zrychlení) během jedné otáčky.

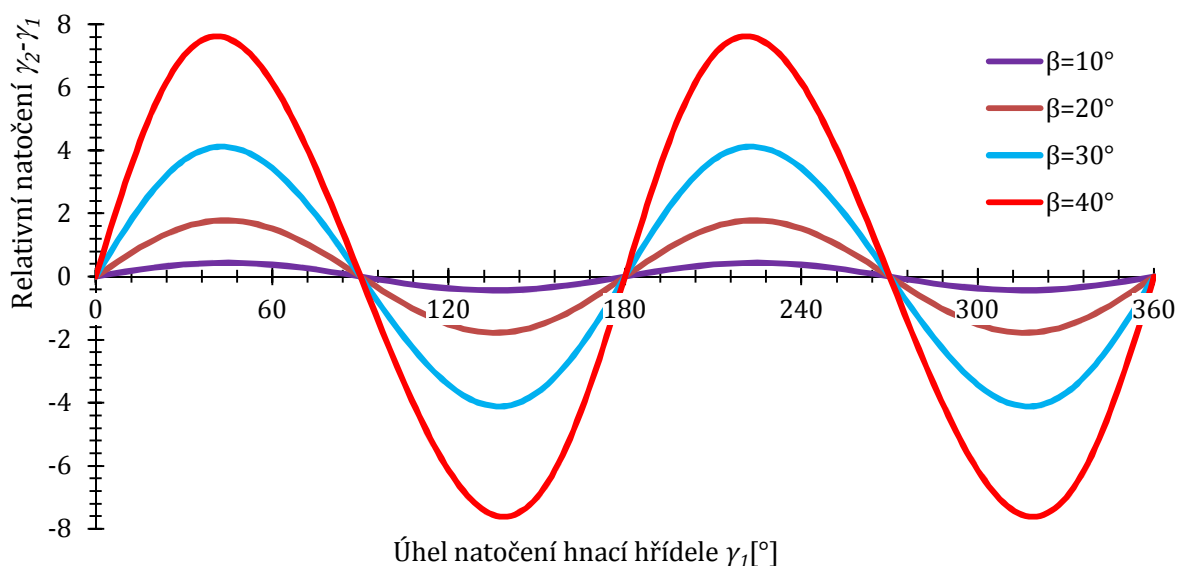


Obr. 3.10 - Závislost úhlové rychlosti na úhlu mezi hřídelemi - $\omega_2 = f(\beta_1)$

Z výše uvedeného plyne, že pro tzv. kardanovou chybu platí vztah[1]:

$$\gamma_2 - \gamma_1 = \arctan\left(\frac{\tan(\gamma_1)}{\cos(\beta_1)}\right) - \gamma_1 \quad (3.10)$$

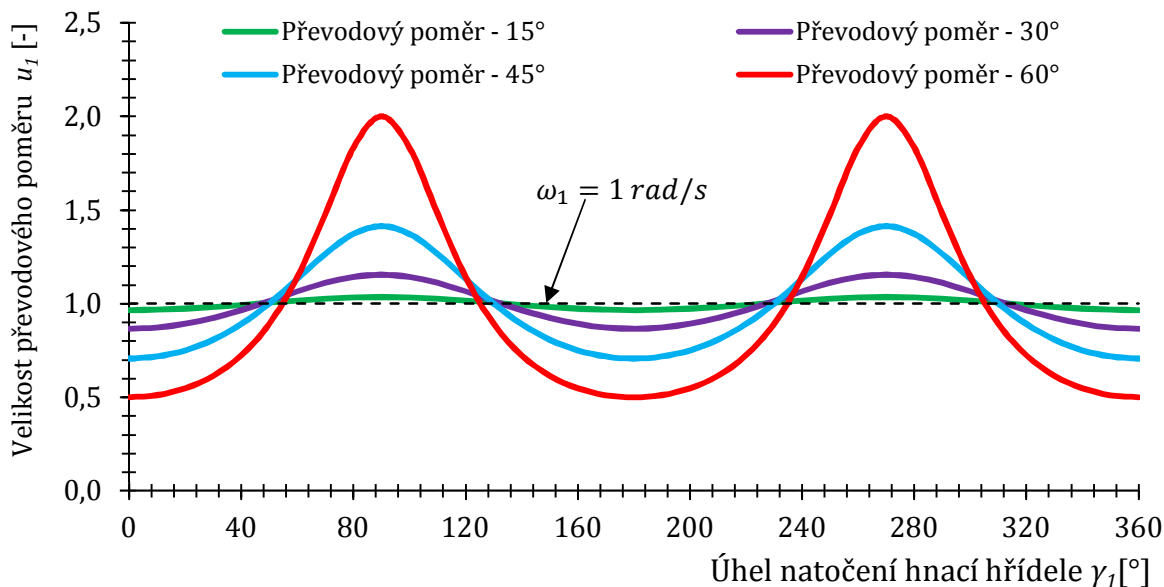
Závislost $\gamma_2 - \gamma_1 = f(\gamma_1)$ pro různé úhly mezi hřídelemi je zobrazena na následujícím obrázku.



Obr. 3.11 - Relativní natočení v závislosti na úhlu natočení hnací hřídele - $(\gamma_2 - \gamma_1) = f(\gamma_1)$

Převodový poměr mezi hnací a vloženou hřídelí plyne ze vztahu (3.4), (3.8) nebo [1],[2]:

$$\frac{\omega_{41}}{\omega_{21}} = \frac{\cos(\beta_1)}{1 - \sin^2(\beta_1) \cdot \sin^2(\gamma_1)} [-] \quad (3.11)$$

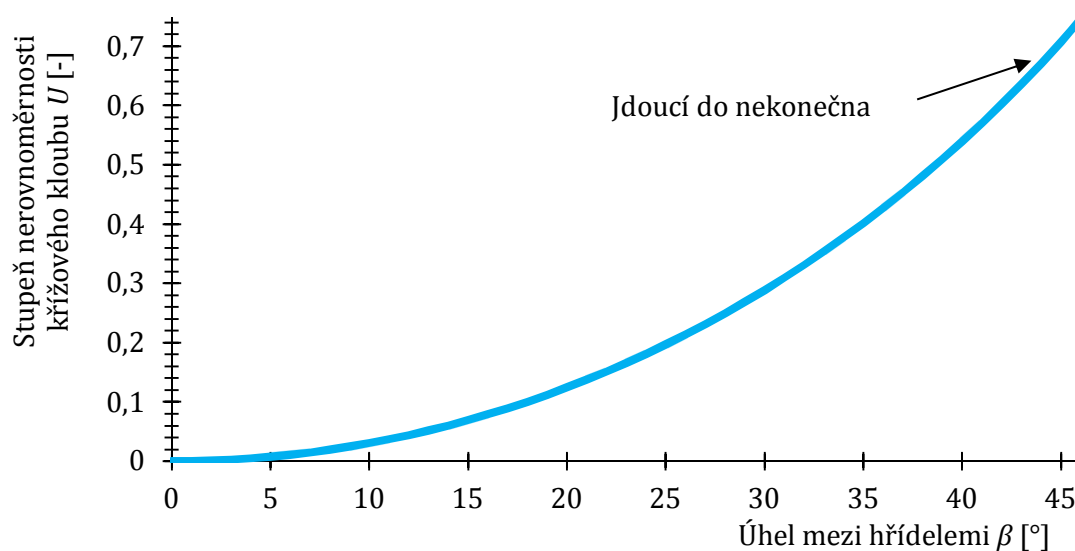


Obr. 3.12 - Převodový poměr v závislosti na úhlu natočení hnací hřídele

Z výše uvedených vztahů a diagramů vyplývá, že při otáčení křížového kloubu dochází ke vzniku nerovnoměrnosti chodu. Stupeň nerovnoměrnosti chodu je definován následovně [1]:

$$U = \frac{\omega_{2max} - \omega_{2min}}{\omega_1} = \frac{\frac{\omega_1}{\cos(\beta_1)} - \omega_1 \cdot \cos(\beta)}{\omega_1} = \frac{1}{\cos(\beta_1)} - \cos(\beta_1) = \frac{1 - \cos^2(\beta_1)}{\cos(\beta_1)} = \frac{\sin^2(\beta_1)}{\cos(\beta_1)} = \tan(\beta_1) \cdot \sin(\beta_1) [-] \quad (3.12)$$

Na následujícím diagramu je znázorněna nerovnoměrnost chodu křížového kloubu.



Obr. 3.13 - Nerovnoměrnost křížového kloubu

Všechny výše uvedené vzorce popisují jen kinematiku mezi hnací a vloženou hřídelí. K tomu, aby došlo k odstranění nerovnoměrnosti chodu (na výstupní hřídeli), se používá zapojení dvou kloubů za sebou – tomuto mechanismu se říká Kardanová hřídel [2]. Tím se docílí konstantního převodu mezi vstupní a výstupní hřídelí. Nutnou podmínkou k docílení tohoto stavu je rovnost úhlů β_1 a β_2 .

3.2. Kinematika druhého křížového kloubu

Za předpokladu, že úhly $\beta_1 = \beta_2$, budou pro úhlovou rychlost hnací hřídele ω_3 a úhlové zrychlení hnací hřídele platit následující rovnice [1]:

$$\omega_1 = \omega_3 [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (3.13)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_3 [\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}] \quad (3.14)$$

Vztah určující závislost mezi úhlem natočení vloženého hřídele γ_2 a natočením hnané hřídele γ_3 vychází ze vztahu (3.1):

$$\gamma_2 = \arctan\left(\frac{\tan(\gamma_3)}{\cos(\beta_2)}\right) [^\circ] \quad (3.15)$$

Ve vzorci (3.15) je neznámou úhel natočení hnací hřídele γ_3 , který lze jednoduše vyjádřit.

$$\gamma_3 = \arctan[\tan(\gamma_2) \cdot \cos(\beta_2)] [^\circ] \quad (3.16)$$

K určení úhlové rychlosti hnané hřídele ω_3 je nutné opět provést časovou derivaci.

$$\dot{\gamma}_3 = \omega_3 = \frac{d\gamma_3}{dt} [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_3 = \omega_3 &= \frac{1}{1 + \tan^2(\gamma_2) \cdot \cos^2(\beta_2)} \cdot \cos(\beta_2) \cdot \frac{1}{\cos^2(\gamma_2)} \cdot \omega_2 = \\ &= \frac{\omega_2 \cdot \cos(\beta_2)}{\cos^2(\gamma_2) + \cos^2(\gamma_2) \cdot \tan^2(\gamma_2) \cdot \cos^2(\beta_2)} [\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}] \end{aligned} \quad (3.18)$$

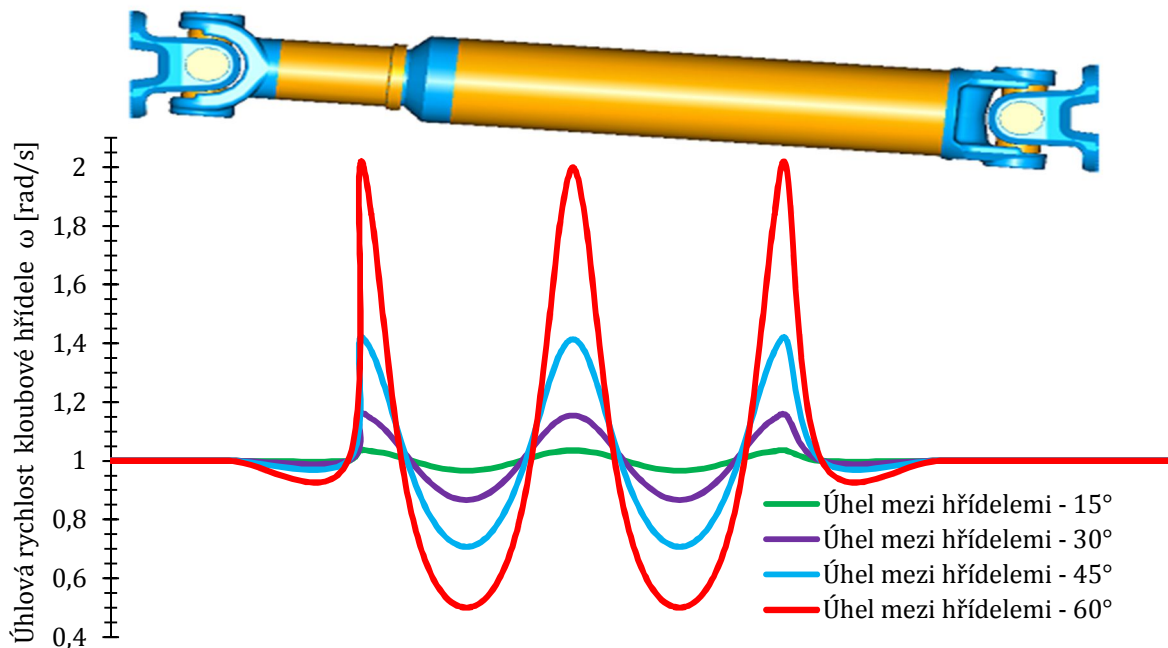
Výpočet jsem prováděl v programu Excel. Po zadání známých hodnot úhlového zrychlení ω_2 , úhlu natočení γ_2 a úhlu mezi vloženou a hnanou hřídelí β_2 jsem dopočítal úhlovou rychlost ω_3 , kde $\omega_3 = 1 [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$.

Podobným způsobem lze dopočítat úhlové zrychlení hnané hřídele, a to provedením časové derivace úhlové rychlosti hnané hřídele.

$$\begin{aligned} \ddot{\gamma}_3 = \varepsilon_3 &= \frac{d\omega_3}{dt} = \frac{d^2\gamma_3}{dt^2} = \omega_3 \cdot \frac{d\omega_3}{d\gamma_3} = \\ &= \frac{\varepsilon_2 \cdot \cos(\beta_2) \cdot \cos^2(\gamma_2) + [\cos^2(\gamma_2) \cdot \cos^2(\beta_2) \cdot \tan^2(\gamma_2)] + [\omega_2 \cdot \cos(\beta_2) \cdot \cos^2(\beta_2) \cdot \sin(2\gamma_2) - \sin(2\gamma_2)]}{[\cos^2(\beta_2) + \cos^2(\gamma_2) \cdot \tan^2(\gamma_2) \cdot \cos^2(\beta_2)]^2} \end{aligned} \quad (3.19)$$

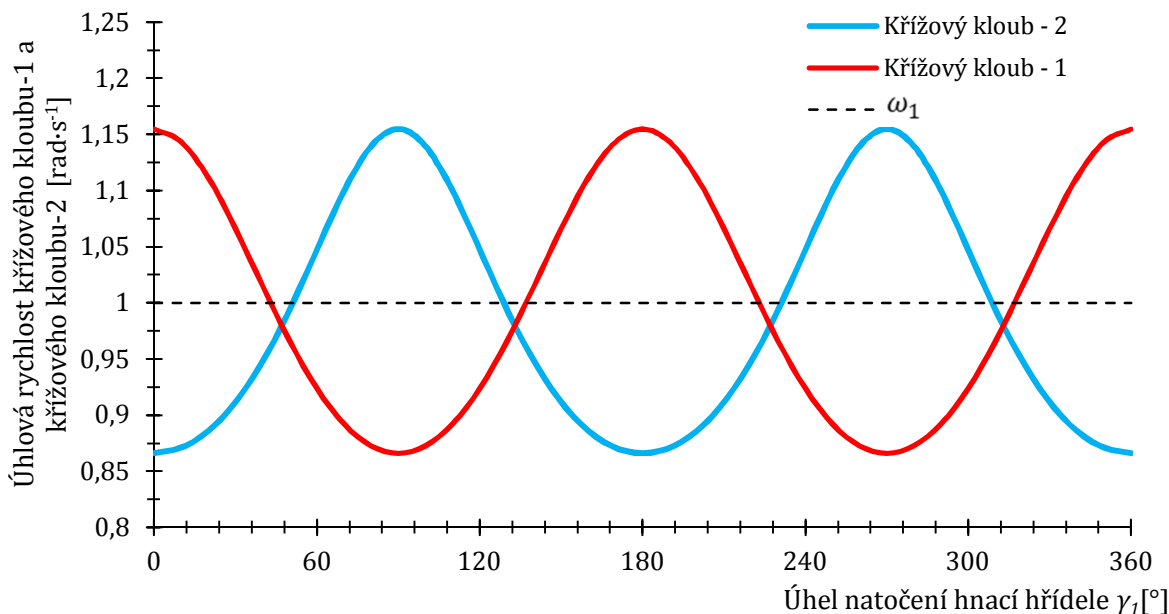
Dle předpokladu, že $\beta_1 = \beta_2$ a stanovených rovnic (3.13),(3.14), by mělo platit, že $\varepsilon_3 = \varepsilon_1 = 0 [\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}]$. Ověření s pozitivním výsledkem jsem provedl opět v programu Excel.

Vzhledem k tomu, že úhlová rychlost hnané hřídele je konstantní $\omega_1 = \omega_3 = 1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ a úhlové zrychlení hnané hřídele je konstantní $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$ neuvádím zde diagramy závislosti podobně jako v předešlé kapitole. Nabízí se zde vztažení např. úhlové rychlosti na délku kardanové hřídele nebo úhlového zrychlení. Vzhledem k tomu, že jsem při výpočtech uvažoval $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$ uvedu jen odhad úhlové rychlosti vztažený na délku hřídele.



Obr. 3.14 - Úhlová rychlost vztažena na délku kardanové hřídele

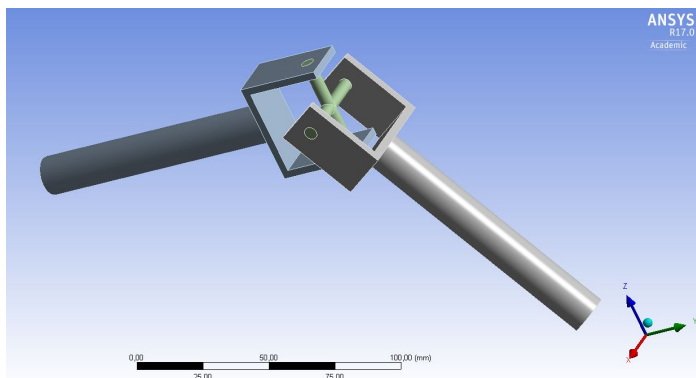
Jak již bylo výše uvedeno, při zapojení kardanové hřídele, kdy pro úhly mezi hřídelemi bude platit $\beta_1 = \beta_2$ bude docházet k vyrovnání nerovnoměrnosti chodu, tedy úhlová rychlost $\omega_1 = \omega_3$ a úhlové zrychlení $\varepsilon_1 = \varepsilon_3$. Tuto skutečnost jsem dokázal opět pomocí programu Excel, viz diagram na Obr. 3.15, z kterého vyplývá, že bude docházet k „odečítání“ výchylek a tím dojde k ustálení úhlové rychlosti ω_3 na úhlovou rychlost ω_1 .



Obr. 3.15 - Porovnání úhlové rychlosti křížového kloubu 1 a 2

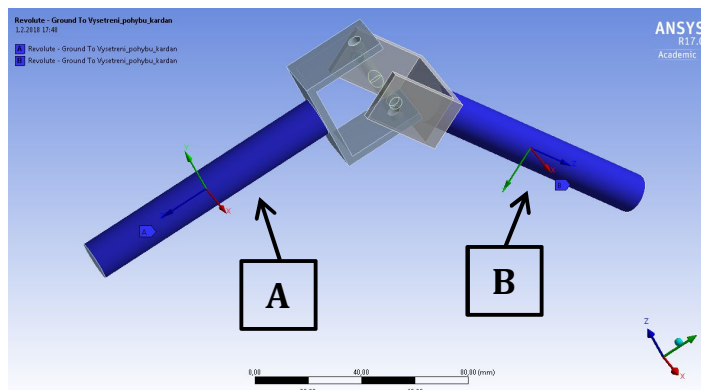
3.3. Kinematická analýza v MKP softwaru ANSYS

Z důvodu ověření vztahů uvedených v kap. 3.1 a v kap.3.2 jsem se rozhodl pro provedení kinematické analýzy ve výpočtovém softwaru ANSYS v prostředí Rigid Dynamics. Pro účely této úlohy jsem vytvořil zjednodušený výpočtový model skládající se z jednoho křížového kloubu, viz. Obr. 3.16. Úhel mezi hnací a vloženou hřídelí $\beta_1 = 60^\circ$. Úhlová rychlost hnací hřídele $\omega_1 = 1 \text{ rad/s}$ a úhlové zrychlení hnací hřídele $\varepsilon_1 = 0 \text{ rad/s}^2$.

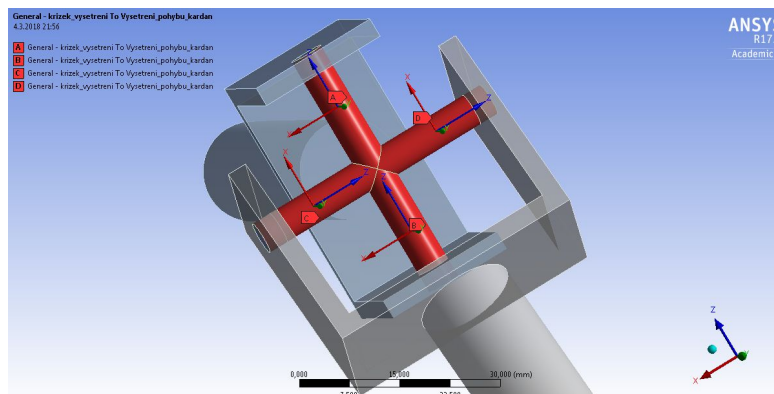


Obr. 3.16 - Výpočtový model pro řešení kinematiky

Na následujících dvou obrázcích je znázorněna definice okrajových podmínek. Na hnací a vložené hřídeli je definovaná vazba „revolute“. Na vazbu „revolute“ na hnací hřídeli (vazba A) je definována úhlová rychlost a úhlové zrychlení. Vazba „revolute“ je definována také na hnané hřídeli (vazba B), viz Obr. 3.17.



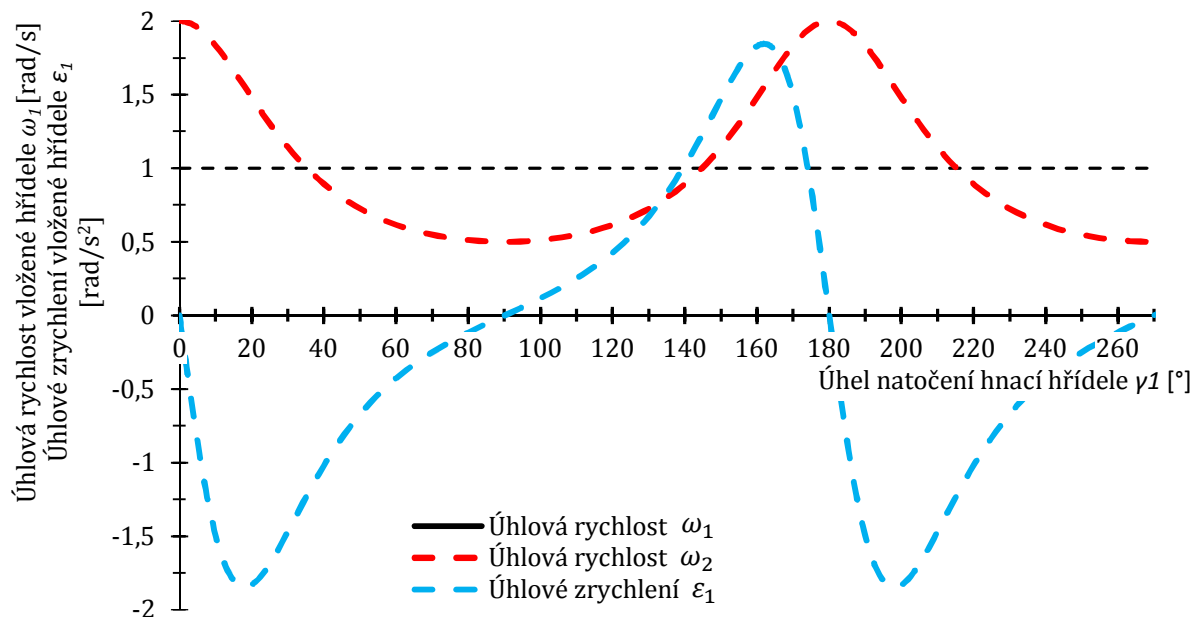
Obr. 3.17 Definice okrajových podmínek – část 1



Obr. 3.18 – Definice okrajových podmínek – část 2

Na kříži jsou definovány vazby „General“ s povolenými rotacemi kolem osy Z.

Z výsledků analýzy, ze které jsem následně vytvořil grafické průběhy, znázorněné na Obr. 3.19, vyplývá, že výsledky MKP analýzy se shodují s výsledky, které byly získány analytickými výpočty.

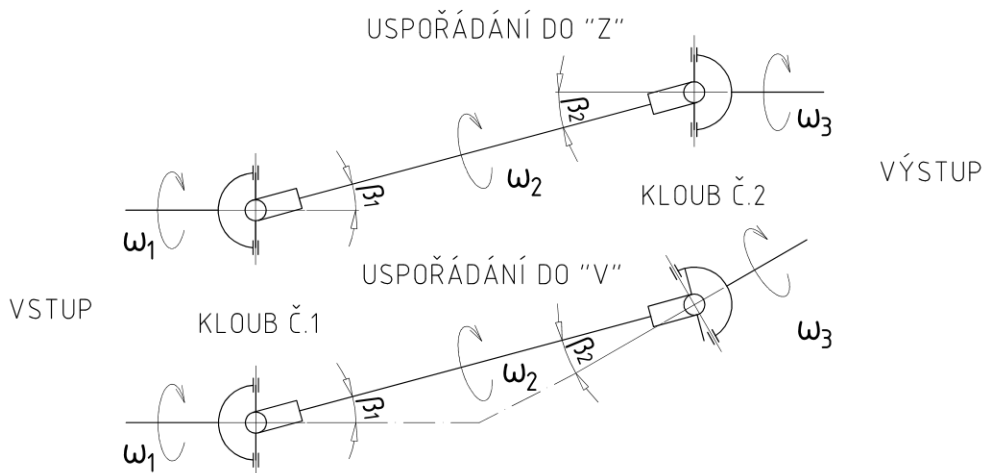


Obr. 3.19 - Grafické průběhy získané MKP analýzou

3.4. Vliv uspořádání kardanové hřídele na kinematiku

K odstranění nerovnoměrnosti chodu se docílí uspořádání kardanové hřídele se dvěma klouby zapojením hřídelí do tvaru Z nebo do tvaru V.

K tomu, aby se odstranila nerovnoměrnost chodu a docházelo jen k nerovnoměrnému otáčení vložené hřídele je nutné, aby úhly β_1 a β_2 byly stejné, viz kap. 3.3. Dále je nutné dodržet další podmínku, a to, aby všechny tři hřídele byly v jedné rovině jinak dochází ke sklopení křížového kloubu o dva úhly v nestejných rovinách.

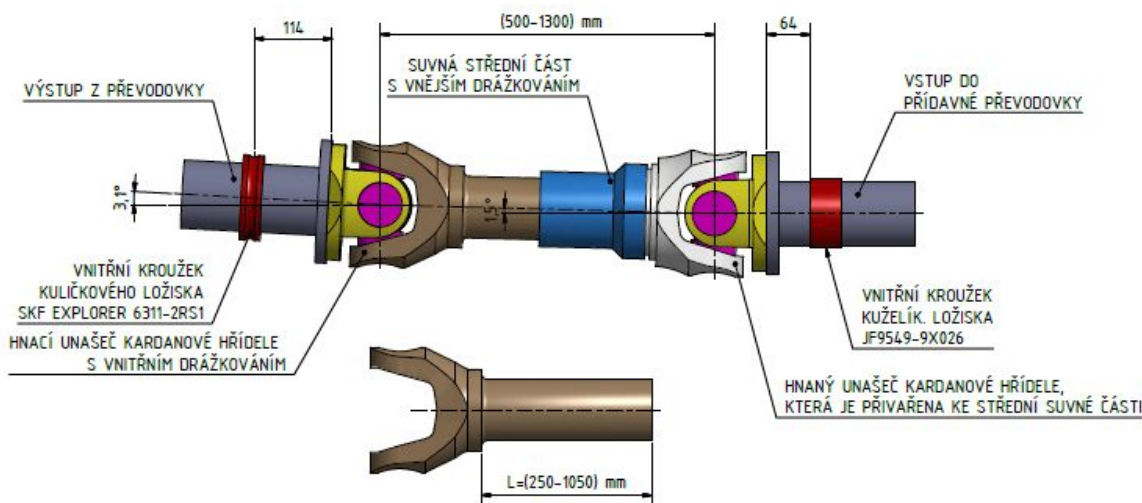


Obr. 3.20 – Uspořádání kardanových hřídelí

Budou-li úhly β_1 a β_2 stejné docílí se toho, že úhlové rychlosti ω_1 a ω_3 budou také stejné, a to jak pro uspořádání do Z, tak také i při uspořádání do V. To je dáno sklopením druhého křížového kloubu o stejný úhel. Pro zapojení do „Z“ nebo do „V“ platí stejné vztahy, které jsou uvedené v kap. 3.1 resp. kap. 3.2.

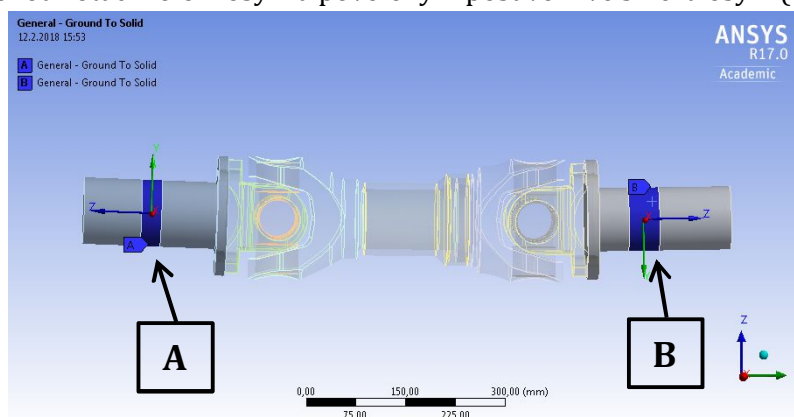
4. Vliv zástavbové délky kardanové hřídele na vlastní frekvenci

Jedním z hlavních ukazatelů vlivu délky kardanové hřídele na vibrace může být vlastní frekvence kardanové hřídele. Z tohoto důvodu jsem se rozhodl pro provedení MKP analýzy (modální analýza) za účelem zjištění vlastních frekvencí kardanových hřídelí pro různé délky. Myšlenka spočívá v zachování rozměrů křížového kloubu a dalších rozměrů (průměry, velikosti osazení apod.) a změny délky kardanové hřídele. Změnu délky jsem docílil změnou délky válcové části hnacího unašeče (hnědá barva). Dále se snažím co nejvěrohodněji napodobit uložení kardanové hřídele v převodovce a v přídatném převodu. Na následujícím obrázku je uveden model vytvořený v CAD programu Inventor, se kterým jsem dále pracoval.



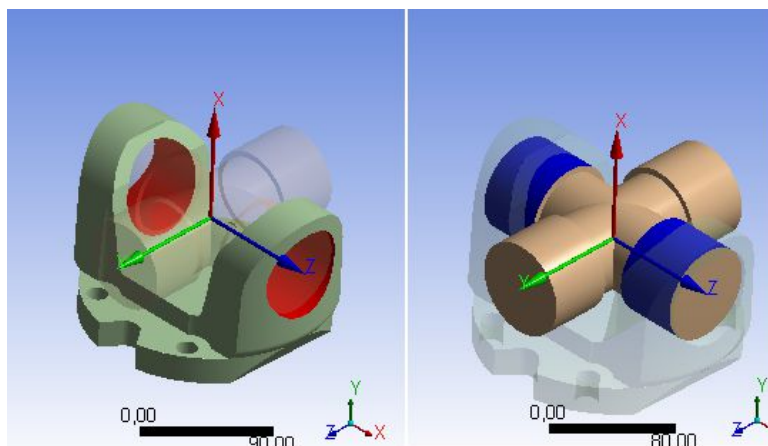
Obr. 4.1 – Výpočtový model kardanové hřídele pro modální analýzu v MKP programu

Následně jsem model ve formátu STEP převedl do MKP programu ANSYS a vytvořil jsem výpočtový model. Vnitřní kroužky ložisek jsem nahradil plochami pomocí operace *Imprim face*. V místě uložení kuličkového ložiska byla definována kontaktní vazba General s povolenou rotací kolem všech os (General vazba A), protože kuličková ložiska dovolují určitá naklonění. Kuželíková ložiska v přídatném převodovce jsou konstruována vůči sobě tak, aby bylo dosaženo určité vnitřní vůle. Z těchto důvodů jsem v místě uložení kuželíkového ložiska definoval kontaktní vazbu General s povolenou rotací kolem osy Z a povoleným posuvem ve směru osy Z (General vazba B).



Obr. 4.2 - Definice kontaktních vazeb v místě umístění ložisek

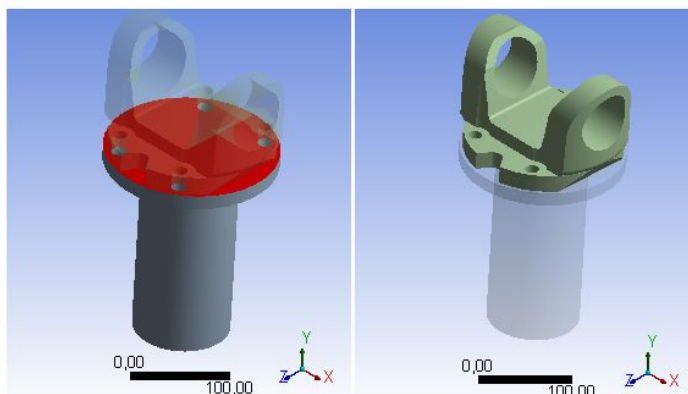
Dále byly na jednotlivých válcových plochách kříže definovány kontaktní vazby *General* s povolenou rotací kolem osy Z.



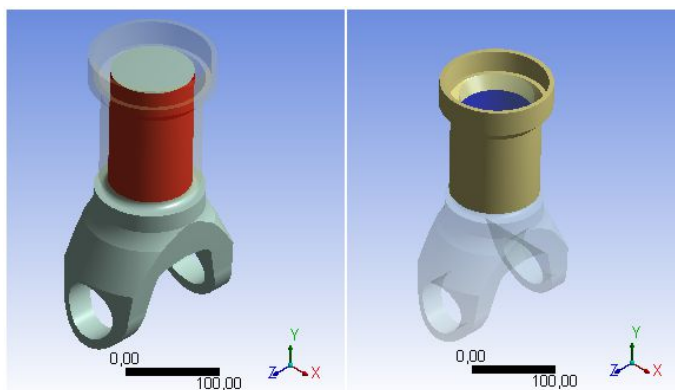
Obr. 4.3 – Definování kontaktních vazeb na kříži kardanové hřídele

Pozn. Všechna omezení nebo naopak povolení pohybu vazeb General se vztahují k lokálnímu souřadnému systému vazby nikoliv ke globálnímu souřadnému systému.

Následně byly definovány kontakty *Bonded* na plochy mezi přírubami, viz Obr. 4.4, dále bylo nutné drážkování nahradit válcovým koncem o středním průměru drážkování. Na této ploše byl také definován kontakt *Bonded*, viz Obr. 4.5.



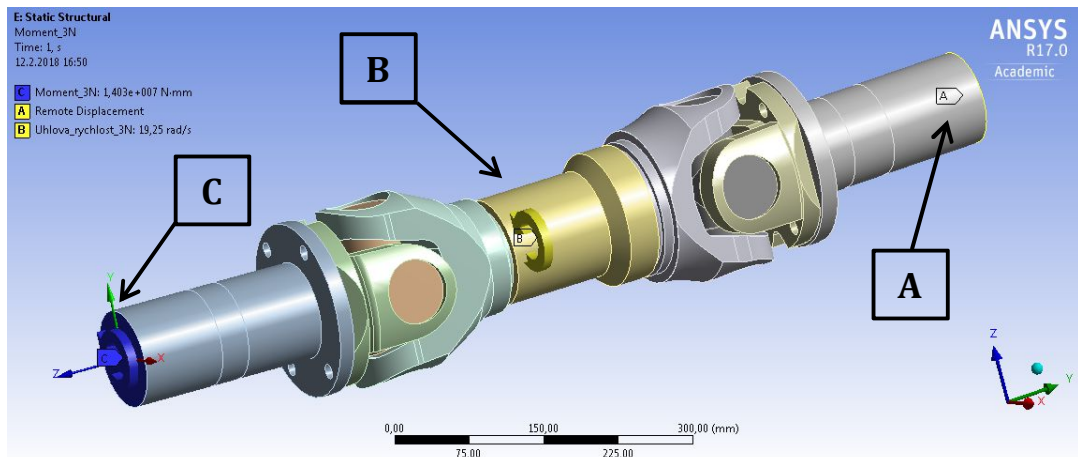
Obr. 4.4 – Definování kontaktu *Bonded* mezi přírubami



Obr. 4.5 – Definování kontaktu *Bonded* v místě drážkování

Pro takto vytvořený výpočtový model jsem provedl modální analýzu a zjistil vlastní frekvence kardanové hřídele. Poté jsem vytvořil další modální analýzu, ve které jsem pomocí modulu *Static*

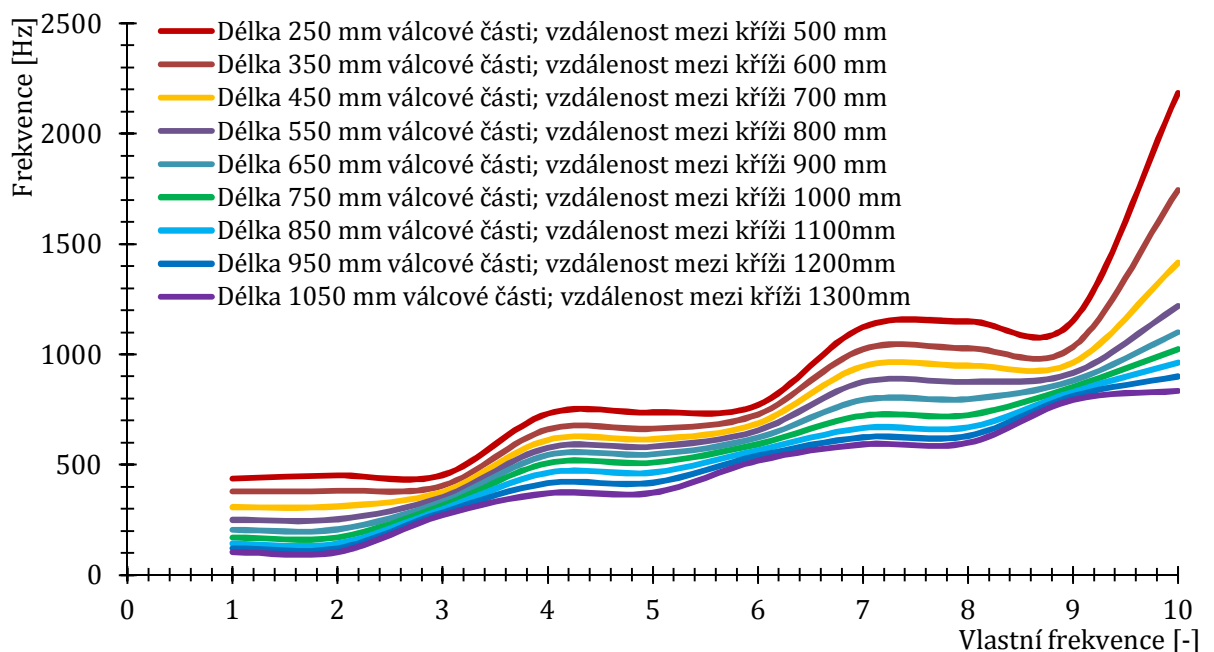
Structural provedl předepnutí modelu, tedy stanovil jsem okrajové podmínky a to tak, že jsem hřídel zatížil točivým momentem a úhlovou rychlostí.



Obr. 4.6 – Definice okrajových podmínek v modulu Static Structural

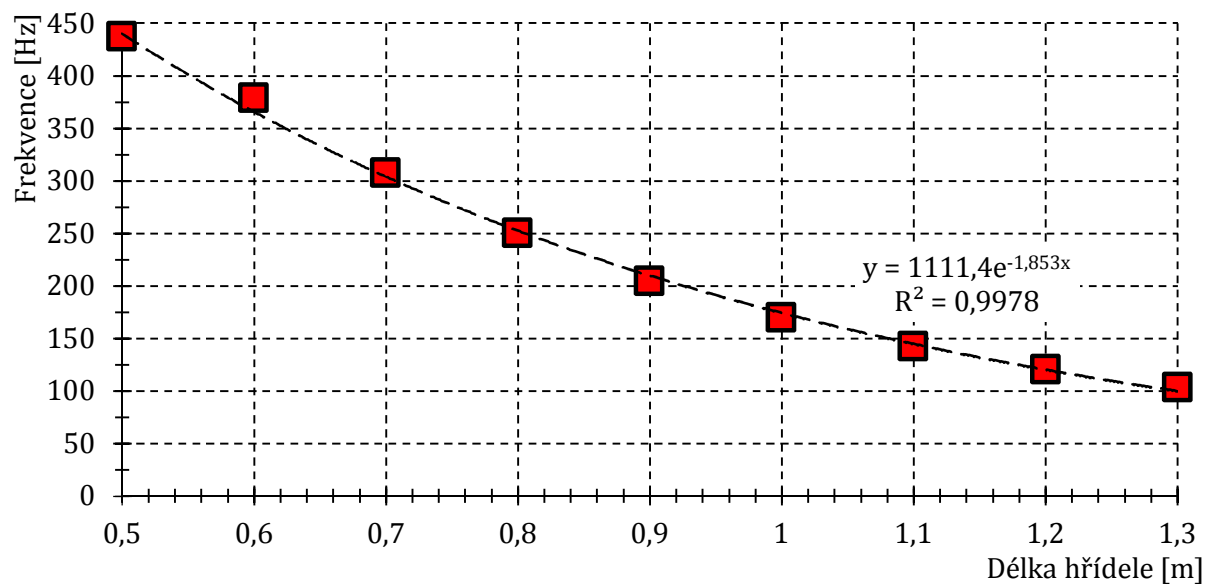
Cílem bylo se co nejvíce přiblížit meznímu stavu, tedy stavu, kdy ozubené kolo (reprezentované omezující podmínkou A) je zablokované, ale zároveň je hnací část kardanové hřídele roztáčena točivým momentem z výstupu převodovky (reprezentované okrajovou podmínkou C). Točivý moment byl definován pomocí funkce *Joint Load* na vazbu *Revolute*. Úhlovou rychlost jsem definoval pomocí funkce *Inertial*. V místě okrajové podmínky A jsem definoval omezující podmínku *Remote Displacement*. V příloze I jsou uvedeny hodnoty vlastních frekvencí pro jednotlivé délky.

Z takto získaných výsledků jsem vytvořil graf závislosti jednotlivých vlastních frekvencí (1-10) na velikosti frekvence pro jednotlivé délky.



Obr. 4.7 – Závislost vlastní frekvence na délce hřídele

Z výsledků jsem dále sestavil grafickou závislost délky kardanové hřídele na velikosti první vlastní frekvence, viz Obr. 4.8.



Obr. 4.8 – Závislost délky kardanové hřídele na první vlastní frekvenci

5. Vibrační diagnostika

Pod pojmem diagnostika se rozumí sledování a vyhodnocování stavu stroje za provozu. To znamená, že vibrační diagnostika zjišťuje stav stroje na základě měření vibrací. Signál od vibrací nese informaci o příčině vibrací. Analýzou tohoto signálu lze odhalit vznikající závadu. Právě u rotačních zařízení se vibrační diagnostika využívá nejčastěji, protože se jedná o metodu, která je schopna odhalit nejvíce možných vyskytujících se závad.

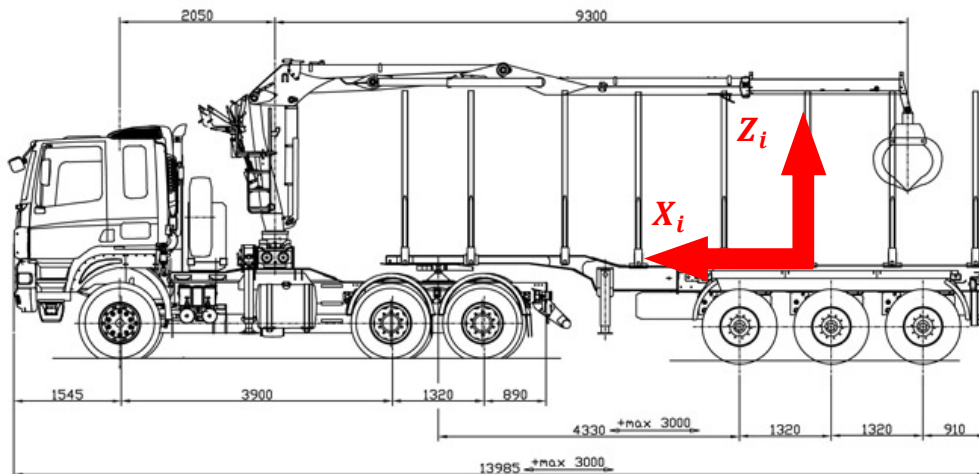
Vibrační diagnostiku detailně popisují normy ČSN ISO 13373-1: *Monitorování stavu a diagnostika strojů – Monitorování stavu vibrací - Část 1: Obecné postupy* a ČSN ISO 13373-2: *Monitorování stavu a diagnostika strojů - Monitorování stavu vibrací - Část 2: Zpracování, prezentace a analýza vibračních dat*. [15]

5.1 Měření vibrací

Naměřené hodnoty, byly získány na 10 % svahu polygonu Tatra Trucks a.s. na vozidle T158 6x6 v provedení „lesovůz“ kombinovaný pro tah návěsu a přívěsu s hydraulickým ramenem za kabinou. Naměřené hodnoty mám k dispozici v programu Excel.

Při měření bylo měřeno zrychlení na následujících částech vozidla:

1. Převodovka - $X_1 \rightarrow$ podélně; $Y_1 \rightarrow$ příčně; $Z_1 \rightarrow$ svisle
2. Konzola převodovky (odpružení převodovky) - $X_2 \rightarrow$ podélně; $Y_2 \rightarrow$ příčně; $Z_2 \rightarrow$ svisle
3. Rám v místě uchycení konzoly převodovky - $X_3 \rightarrow$ podélně; $Y_3 \rightarrow$ příčně; $Z_3 \rightarrow$ svisle
4. Sedačka řidiče - $X_4 \rightarrow$ podélně; $Y_4 \rightarrow$ příčně; $Z_4 \rightarrow$ svisle



Obr. 5.1 -- Souřadnicový systém měření, kde $i = 1 \dots 4$; směr Y_i je ve směru šířky vozidla (ve směru pohledu pozorovatele) [17]

5.1.1 Schéma měření

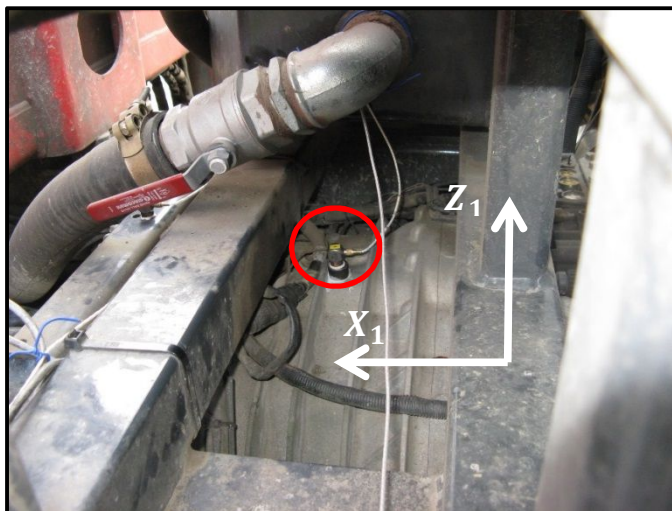
Při měření vibrací bylo použito záznamové zařízení k získávání dat DEWE 43 a počítač Panasonic CF-19 se vzorkovací frekvencí 256 Hz.



Obr. 5.2 - Zapojení počítače s přístrojem k získávání dat DEWE 43[18]

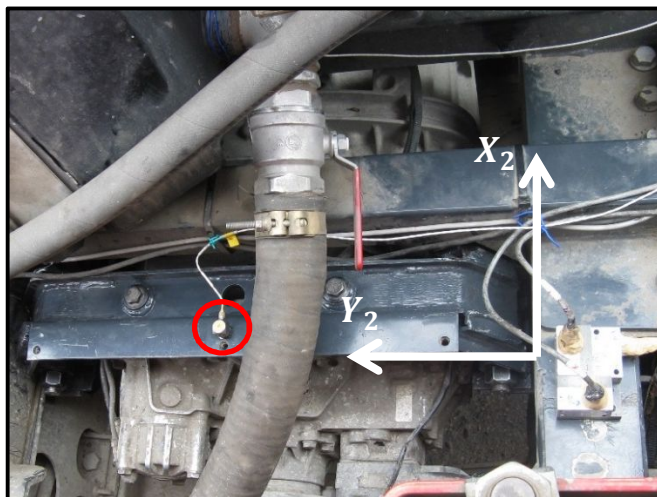
Na následujících obrázcích uvádím fotografie, na kterých je znázorněno umístění snímačů. Snímače byly umístěny na převodovce (Obr. 5.3), konzole převodovky (Obr. 5.4), rámu (Obr. 5.5) a sedačky řidiče (Obr. 5.6).

Pozn. Bílou barvou na obrázcích je vyznačen souřadnicový systém snímače. Červenou barvou je vyznačena poloha snímače.



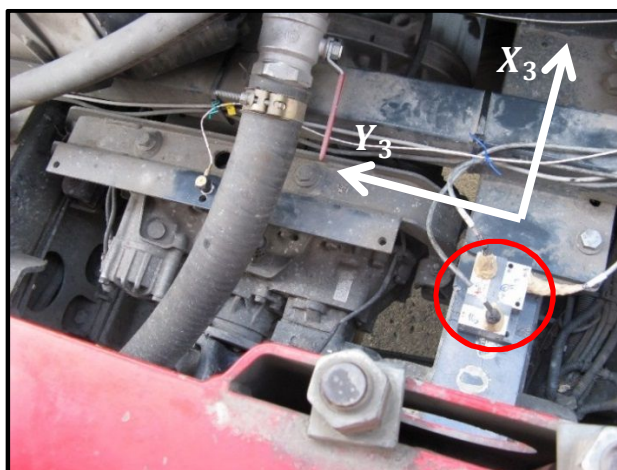
Obr. 5.3 - Snímač vibrací umístěný na převodovce (směr souř. osy Y_1 směrem k pozorovateli)

Dále uvádím umístění měřicího čidla na konzole převodovky, viz Obr. 5.4.



Obr. 5.4 – Snímač vibrací na konzole převodovky (směr souř. osy X_2 směrem k pozorovateli)

Na dalším obrázku je uvedeno umístění snímače vibrací na rámu vozidla.



Obr. 5.5 – Snímač vibrací na rámu vozidla (směr souř. osy X_3 směrem k pozorovateli)



Obr. 5.6 – Snímač vibrací na rámu vozidla

5.1.2 Definice jízdních režimů

Měření vibrací bylo provedeno se zatíženým návěsem ve svahové části polygonu Tatra Trucks a.s. Měření bylo provedeno při jízdě ve svahu o sklonu 10 %.

Cílem zkoušky bylo zmapování vibračního chování zatíženého vozidla při jízdě do svahu, při kterém dochází k přenosu rušivého kmitání do kabiny. Měření probíhalo při jízdě do 10 % svahu ustálenou rychlostí tak, aby pokud možno pokrylo všechny kombinace jízdních režimů, ve kterých dochází k přenosu rušivého kmitání z jednotky motor-převod do kabiny. Z důvodu vyšší hmotnosti (52 t) byla reálná pouze měření v následujících jízdních režimech [23]:

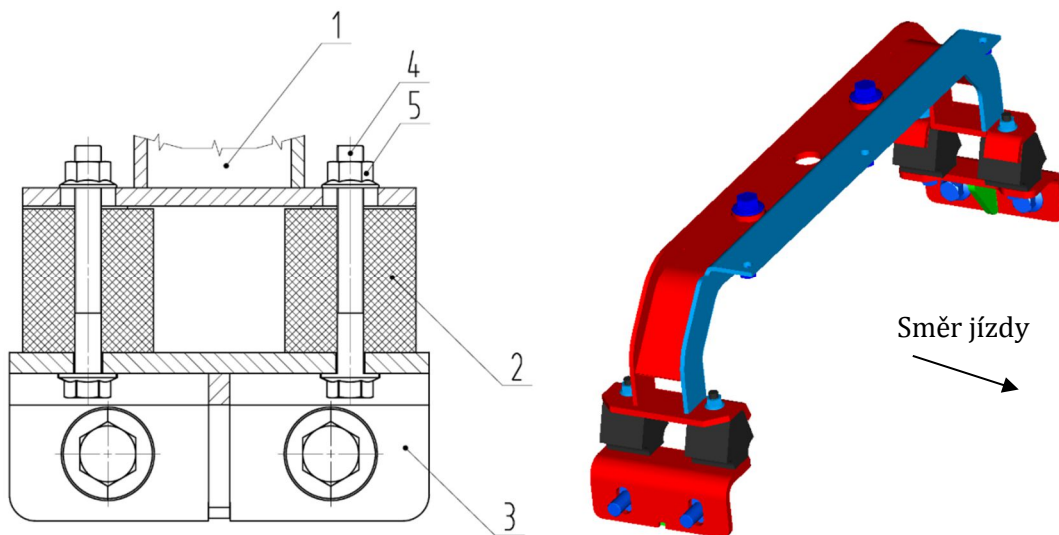
Tab. 5.1 – Definice jízdních režimů při měření vibrací

Zařazený přev. st. [-]	Otáčky [min ⁻¹]	Zařazený přev. st. [-]	Otáčky [min ⁻¹]	Zařazený přev. st. [-]	Otáčky [min ⁻¹]
3R	1200	3N	1200	4R	1200
	1500		1500		1500
	1700		1700		1700
	1900		1900		

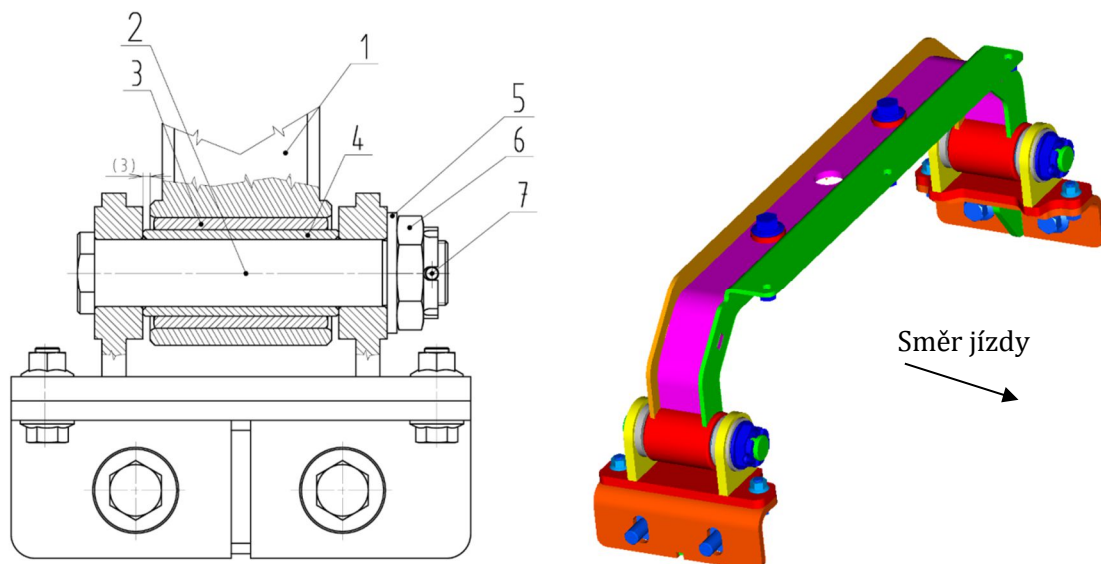
Pozn. 3R je třetí rychlostní stupeň v rychlé řadě, 3N je třetí rychlostní stupeň v pomalé řadě, 4R je čtvrtý rychlostní stupeň v rychlé řadě.

5.2 Vliv odpružení převodovky na hladinu vibrací

Při měření vibrací byl také zkoumán vliv odpružení převodovky na hladinu vibrací. Při měření byly použity dva druhy odpružení převodovky, a to v provedení pomocí čtyř silentbloků Swingmetal (stříškové silentbloky) nebo pomocí novějšího řešení se dvěma válcovými silentbloky. Jednotlivá konstrukční řešení jsou uvedena na následujících obrázcích.



Obr. 5.7 – Odpružení převodovky v provedení pomocí „stříškových“ silentbloků – Swingmetal – stará příčka
1 - Konzola převodovky; 2 - Vložka; 3 - Spodní část konzoly; 4 - Šroub se šestihrannou hlavou;
5 - Šestihranná matice

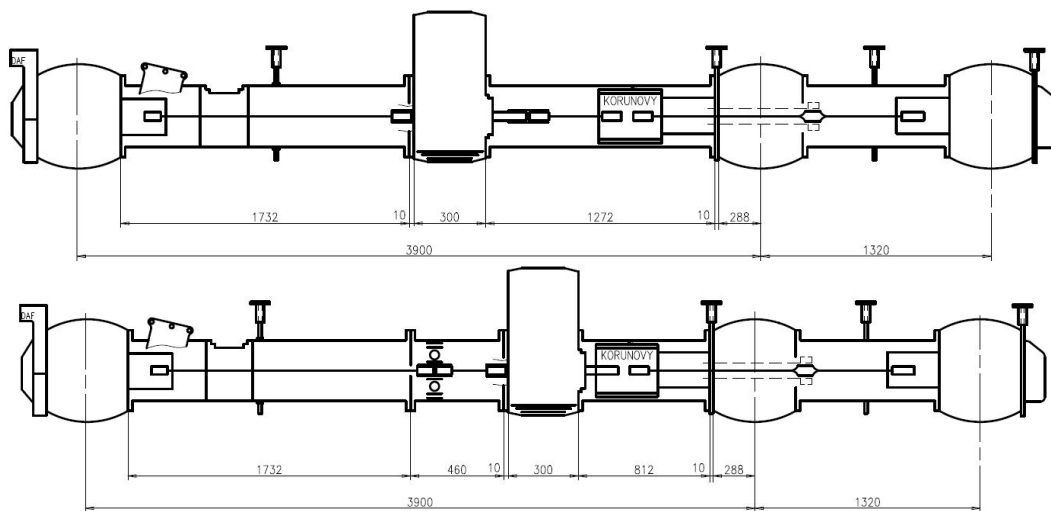


Obr. 5.8 – Nové odpružení převodovky v provedení s válcovými silentbloky – nová příčka
 1 – Konzola převodovky; 2 – Čep; 3 – Vložka; 4 – Pouzdro; 5 – Podložka; 6 – Šestihranná matice; 7 – Závlačka

Z poznatků, získaných při reálném měření na vozidlech a následném užívání, vyplývá, že použití válcových silentbloků je výhodnější než použití silentbloků Swingmetal (střížkové silentbloky), protože dochází ke snížení nežádoucích vibrací za jízdy. Nevýhodou tohoto řešení je, že vlivem tužšího spojení mechanismu motor + převodovka s rámem dochází k vybuzení vibrační rámu, zejména při volnoběžných otáčkách motoru $n_M = 550 \text{ min}^{-1}$. V několika případech také došlo k uvolnění šroubových spojů, které spojují příčku s převodovkou a také k poškození závitu v hliníkovém bloku převodovky. K odstranění nežádoucích vibrací při volnoběhu se zvyšují volnoběžné otáčky motoru přibližně na $n_M = \text{cca } 600 \text{ min}^{-1}$.

Z výše uvedeného lze usoudit, že příčka s válcovými silentbloky zlepšila pocit řidiče za jízdy, ale z energetického hlediska nepřinesla žádné zlepšení. Došlo ke zvýšení amplitudy na frekvenci otáčení motoru – vnímání vibrací při volnoběžných otáčkách. Tyto závěry lze vyvodit z výsledků získaných vyhodnocením vibrací v kap. 5.3.

U vozidla s posunutým přídavným převodem o 460 mm došlo k úplné eliminaci nežádoucích vibrací při rozjezdu, tyto vibrace se začaly projevovat až při vyšších převodových stupních.



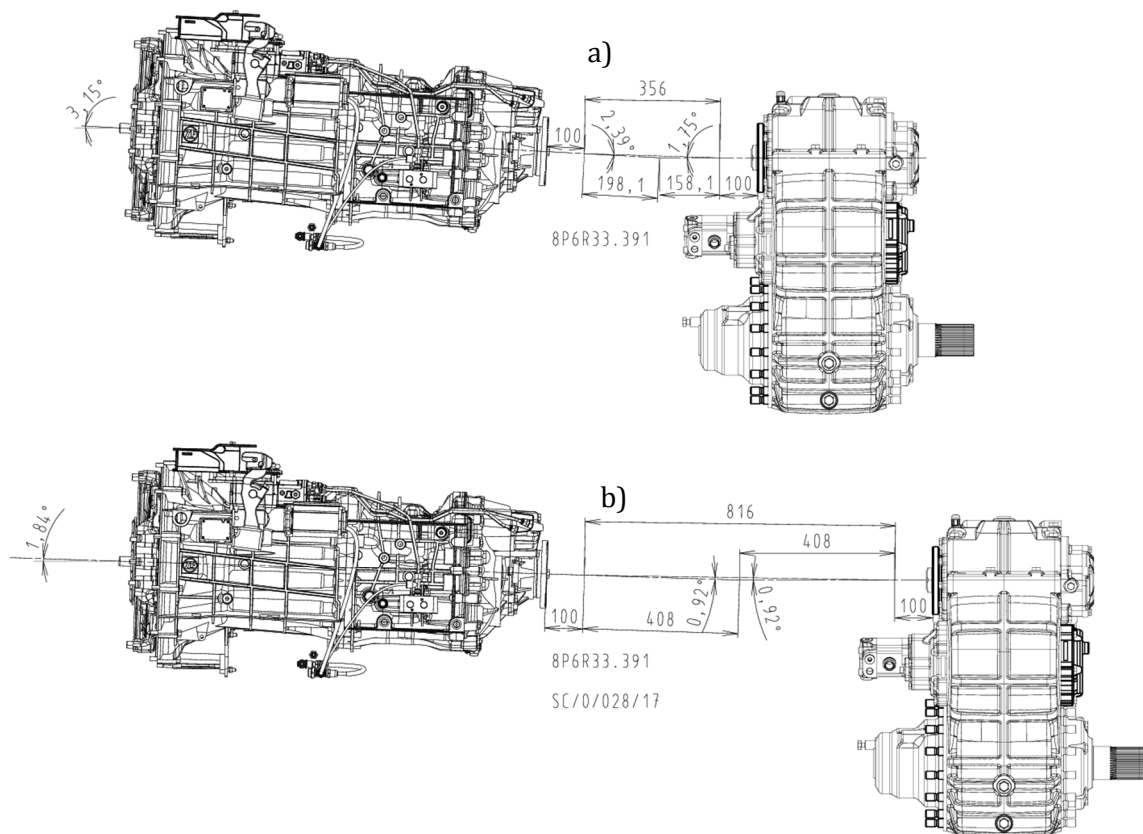
Obr. 5.9 – Schéma hnacího traktu se standardní polohou přídavného převodu a posunutou délkou přídavného převodu

Na základě měření provedeného na vozidle s přídatným převodem posunutým o 460 mm, jsem se rozhodl pro provedení náčrtu, ve kterém jsem zkoumal, k jakým změnám došlo. Z Obr. 5.10 lze vidět, že při posunutí přídatného převodu došlo ke změně úhlů v křížových kloubech.

Na Obr. 5.10a lze vidět stav na vozidle, které je předmětem zkoumání této diplomové práce. Jedná se o standardní uložení motoru s převodovkou pro vozidla s pohonem 6x6. Vzdálenost křížových kloubů je 350 mm. Motor společně s převodovkou je uložen pod úhlem $3,15^\circ$. Úhly $\beta_1 = 2,4^\circ$ a $\beta_2 = 1,75^\circ$.

Na Obr. 5.10b je znázorněn stav, kdy přídatný převod vozidla je posunut o 460 mm. Při tomto stavu bylo zjištěno, že došlo k eliminaci všech vibrací při rozjezdu. Došlo však k projevům vibrací u vyšších převodových stupňů, na kterých hladina vibrací dosahuje vyšších hodnot, ale ne tak vysokých jako na Obr. 5.10a u nižších převodových stupňů. Zřejmě se jedná o mírnou formu ohybových vibrací, vznikající vlivem zvětšení délky hřídele. Motor společně s převodovkou je uložen pod úhlem $1,8^\circ$. Jedná se o velice příznivý stav, protože se docílilo stavu, kdy úhly $\beta_1 = \beta_2 = 0,92^\circ$.

Zlepšení popisované v předchozím odstavci, lze přisuzovat tomu, že pro úhly platí $\beta_1 = \beta_2$. Je nutné poznamenat, že i přes fakt, že úhly β_1 a β_2 jsou si rovny, dochází k nerovnoměrnému otáčení vložené hřídele. Došlo také k razantnímu nárůstu délky kardanové hřídele a tím ke snížení její tuhosti. Snížení tuhosti zapříčiní posunutí rezonančních otáček blíže k otáčkám provozním, viz kap. 4. Taktéž je nutné brát v úvahu, že úhly β_1 a β_2 dosahují nízkých hodnot, a to jak v případě standardního zapojení (Obr. 5.10a), tak i v případě nestandardního zapojení (Obr. 5.10b). Právě z důvodů nízkých hodnot úhlů je nerovnoměrnost chodu minimální. Nerovnoměrnost chodu má také vliv na silové poměry v křížovém kloubu, viz příloha M. V příloze K je uvedena nerovnoměrnost chodu pro zapojení uvedené na Obr. 5.10a a na Obr. 5.10b.



Obr. 5.10 – Posunutí přídatného převodu

5.3 Vyhodnocení naměřených hodnot

5.3.1 Výpočet parametrů potřebných k vyhodnocení naměřených hodnot

Pro správné vyhodnocení je nutné znát otáčky jednotlivých částí. Hnací trakt vozidla Tatra T-158 6x6 se skládá:

- Hnacího motoru
- Převodovky
- Kardanové hřídele
- Přídavného převodu
- Rozvodovky
- Kolové redukce – zkoumané vozidlo není vybaveno kolovou redukcí

Při vyhodnocování se budu zabývat dvěma stavy. A to, když motor pracoval při 1200 min^{-1} při zařazeném rychlostní stupni $3N$ a stavu, kdy motor pracoval při otáčkách 1700 min^{-1} a zařazeném rychlostním stupni $4R$. Prvním parametrem potřebným k vyhodnocení je znalost otáček jednotlivých částí hnacího traktu. K výpočtu otáček je potřeba znát převodové poměry jednotlivých částí hnacího traktu. Tyto převodové poměry uvádím v následující tabulce.

Tab. 5.2 – Převodové poměry jednotlivých částí hnacího traktu

Část hnacího traktu	Převodový poměr [-]
Převodovka – při zařazení $3N/4R$ - i_{p3N}/i_{p4R}	6,53/3,82
Přídavný převod - $i_{př}$	1,282
Rozvodovka - i_R	3,385

Na základě hodnot určených v Tab. 5.2 je možné vypočítat celkový převodový poměr. Celkový převodový poměr je dán součinem jednotlivých převodových poměrů.

Celkový převodový poměr při zařazení př. st. $3N$ - i_{celk3N}

$$i_{celk3N} = i_{p3N} \cdot i_{př} \cdot i_R \cdot i_k = 6,53 \cdot 1,282 \cdot 3,385 \cdot 1 = 28,337 [-] \quad (5.1)$$

Celkový převodový poměr při zařazení př. st. $4R$ - i_{celk4R}

$$i_{celk4R} = i_{p4R} \cdot i_{př} \cdot i_R \cdot i_k = 3,82 \cdot 1,282 \cdot 3,385 \cdot 1 = 16,577 [-] \quad (5.2)$$

V této fázi následuje výpočet otáček jednotlivých částí hnacího traktu. Prvním z výpočtů bude výpočet otáček ozubeného kola v převodovce při zařazeném rychlostním stupni $3N$.

Výpočet otáček jednotlivých částí při zařazení rychlostního stupně $3N$

Rychlost vozidla v_1 se při zařazení rychlostního stupně $3N$ pohybovala kolem hodnoty $v_1 = 11,898 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 3,305 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Ekvivalentní hodnota otáček motoru $n_{M1} = 1200,65 \text{ min}^{-1}$.

• Výpočet otáček na výstupu z převodovky - n_{p3N}

$$i_{p3N} = \frac{n_{M1}}{n_{p3N}} \rightarrow n_{p3N} = \frac{n_{M1}}{i_{p3N}} = \frac{1200,65}{6,53} = 185,867 \text{ min}^{-1} = 3,064 \text{ s}^{-1} \quad (5.3)$$

- **Výpočet otáček na výstupu z přídavné převodovky - $n_{př-výstup1}$**

$$i_{př1} = \frac{n_{p3N}}{n_{př.výstup1}} \rightarrow n_{př.výstup1} = \frac{n_{p3N}}{i_{př1}} = \frac{185,867}{1,282} = 143,422 \text{ min}^{-1} = 2,39 \text{ s}^{-1} \quad (5.4)$$

- **Výpočet otáček na výstupu z rozvodovky - $n_{R-výstup1}$**

$$i_{R1} = \frac{n_{př.výstup1}}{n_{R-výstup1}} \rightarrow n_{R-výstup1} = \frac{n_{př.výstup1}}{i_{R1}} = \frac{143,422}{3,385} = 42,37 \text{ min}^{-1} = 0,706 \text{ s}^{-1} \quad (5.5)$$

Výpočet otáček jednotlivých částí při zařazení rychlostního stupně 4R

Rychlost vozidla v_2 při zařazení rychl. st. 4R se pohybovala $v_2 = 19,397 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 5,388 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
 Ekvivalentní hodnota otáček motoru $n_{M2} = 1640,83 \text{ min}^{-1}$.

- **Výpočet otáček na výstupu z převodovky - n_{p4R}**

$$i_{p4R} = \frac{n_{M2}}{n_{p4R}} \rightarrow n_{p4R} = \frac{n_{M2}}{i_{p4R}} = \frac{1640,83}{3,82} = 429,53 \text{ min}^{-1} = 7,159 \text{ s}^{-1} \quad (5.6)$$

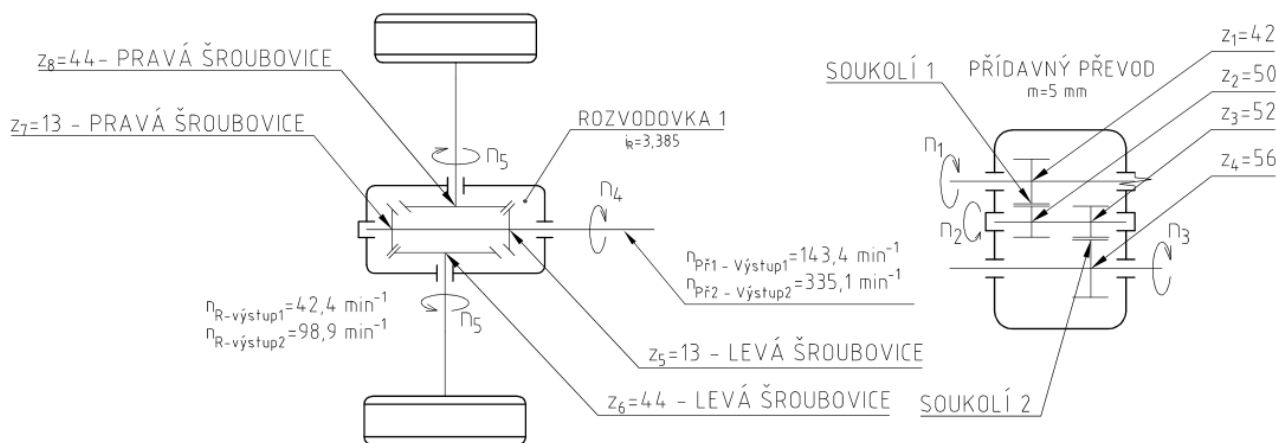
- **Výpočet otáček na výstupu z přídavné převodovky - $n_{př-výstup2}$**

$$i_{př2} = \frac{n_{p4R}}{n_{př.výstup2}} \rightarrow n_{př.výstup2} = \frac{n_{p4R}}{i_{př2}} = \frac{429,537}{1,282} = 335,052 \text{ min}^{-1} = 5,584 \text{ s}^{-1} \quad (5.7)$$

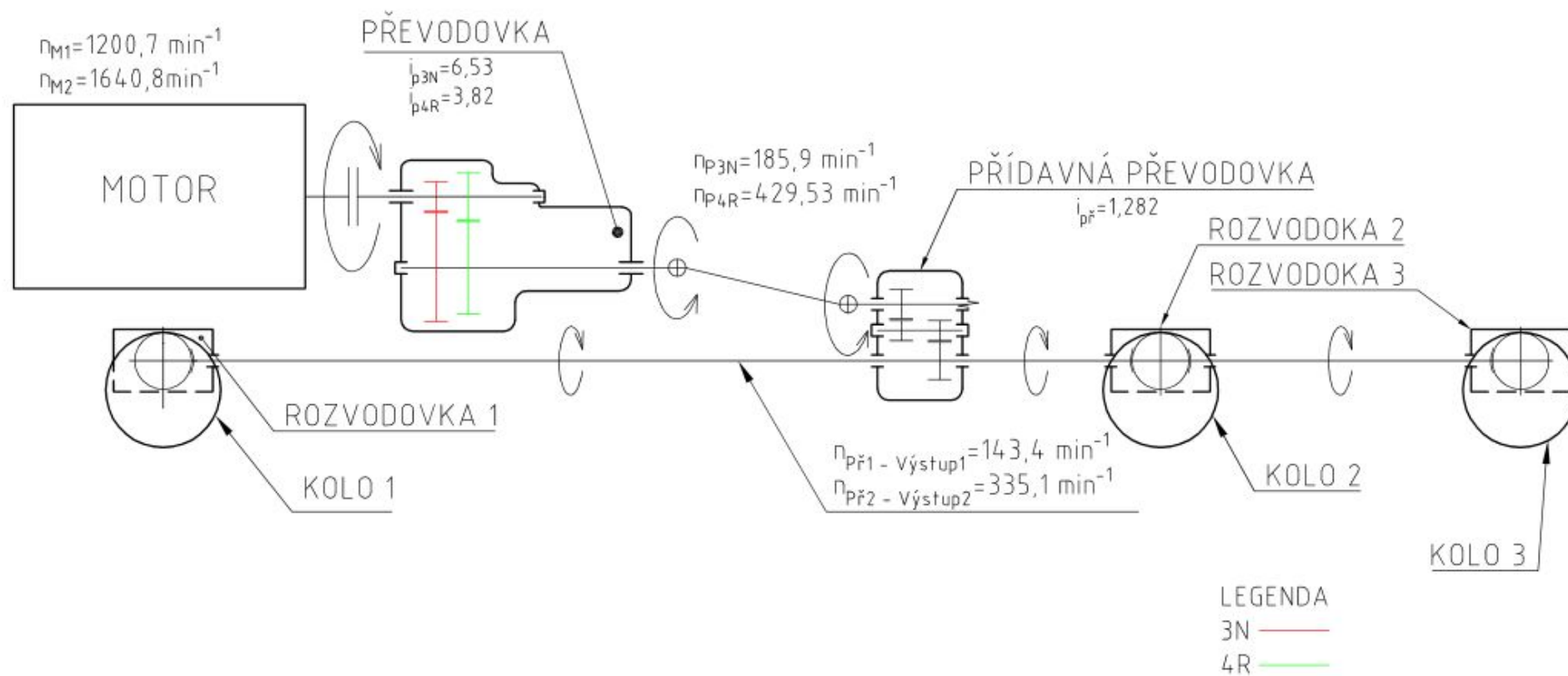
- **Výpočet otáček na výstupu z rozvodovky - $n_{R-výstup2}$**

$$i_{R2} = \frac{n_{př.výstup2}}{n_{R-výstup2}} \rightarrow n_{R-výstup2} = \frac{n_{př.výstup2}}{i_{R2}} = \frac{335,052}{3,385} = 98,981 \text{ min}^{-1} = 1,65 \text{ s}^{-1} \quad (5.8)$$

Na následujících obrázcích jsou znázorněny jednotlivé části hnacího traktu s jednotlivými převodovými poměry a otáčkami. Na Obr. 5.11 je znázorněno detailní schéma toku točivého momentu z rozvodovky na kola. Naopak na Obr. 5.12 je znázorněno schéma celého hnacího traktu.



Obr. 5.11 - Schéma přenosu točivého momentu – detail rozvodovka a přídavný převod



Obr. 5.12 - Schéma přenosu točivého momentu napříč hnacím traktem

Dále je nutné určit frekvence, na kterých se vyskytují vibrace ozubených kol umístěné v převodovce, přídatné převodovce a rozvodovce. Vzhledem k tomu, že převodovka není výrobkem společnosti Tatra Trucs a.s. je poměrně složité zjistit parametry ozubení. Z těchto důvodů ve své práci uvažuji jen ozubená kola v přídatném převodu a rozvodovce.

Z Obr. 5.11 lze vyčíst počty zubů jednotlivých ozubených kol v přídatném převodu. Otáčky na vstupu do přídatného převodu $n_1 = n_{p3N} = 3,064 \text{ s}^{-1}$, otáčky předlokové hřídele n_2 se vypočítají následovně:

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2} \rightarrow n_2 = \frac{n_1}{\frac{z_2}{z_1}} = \frac{n_1 \cdot z_1}{z_2} = \frac{3,064 \cdot 42}{50} = 2,57 \text{ s}^{-1} \quad (5.9)$$

Otáčky předlokové hřídele jsou $n_2 = 2,57 \text{ s}^{-1}$, podobným způsobem budu postupovat při určení otáček výstupní hřídele z přídatného převodu, kde by mělo platit, že $n_3 = n_{př.výstup1} = 2,39 \text{ s}^{-1}$.

$$i_{34} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{n_2}{n_3} \rightarrow n_3 = \frac{n_2}{\frac{z_4}{z_3}} = \frac{n_2 \cdot z_3}{z_4} = \frac{2,57 \cdot 52}{56} = 2,4 \text{ s}^{-1} \quad (5.10)$$

Frekvence, na kterých se vyskytují vibrace ozubených kol, jsou dány součinem otáček ozubeného kola a počtu zubů. Frekvence vibrací soukolí 1 je:

$$f_1 = n_1 \cdot z_1 = 3,064 \cdot 42 = 128,71 \text{ Hz} \quad (5.11)$$

Frekvence vibrací soukolí 2:

$$f_2 = n_2 \cdot z_3 = 2,57 \cdot 52 = 133,86 \text{ Hz} \quad (5.12)$$

Podobným způsobem vypočítám frekvence, na kterých se vyskytují vibrace ozubených kol v rozvodovce. Z Obr. 5.11 lze vyčíst počty zubů jednotlivých ozubených kol. Otáčky na vstupu do rozvodovky $n_4 = n_3 = n_{př.výstup1} = 2,39 \text{ s}^{-1}$.

$$i_R = \frac{z_6}{z_5} = \frac{n_4}{n_5} \rightarrow n_5 = \frac{n_4}{\frac{z_6}{z_5}} = \frac{n_4 \cdot z_5}{z_6} = \frac{2,39 \cdot 13}{44} = 0,706 \text{ s}^{-1} \quad (5.13)$$

Frekvence pastorku soukolí v rozvodovce:

$$f_3 = n_4 \cdot z_5 = 2,4 \cdot 13 = 31,1 \text{ Hz} \quad (5.14)$$

Frekvence kola soukolí v rozvodovce:

$$f_4 = n_5 \cdot z_6 = 0,706 \cdot 44 = 31,1 \text{ Hz} \quad (5.15)$$

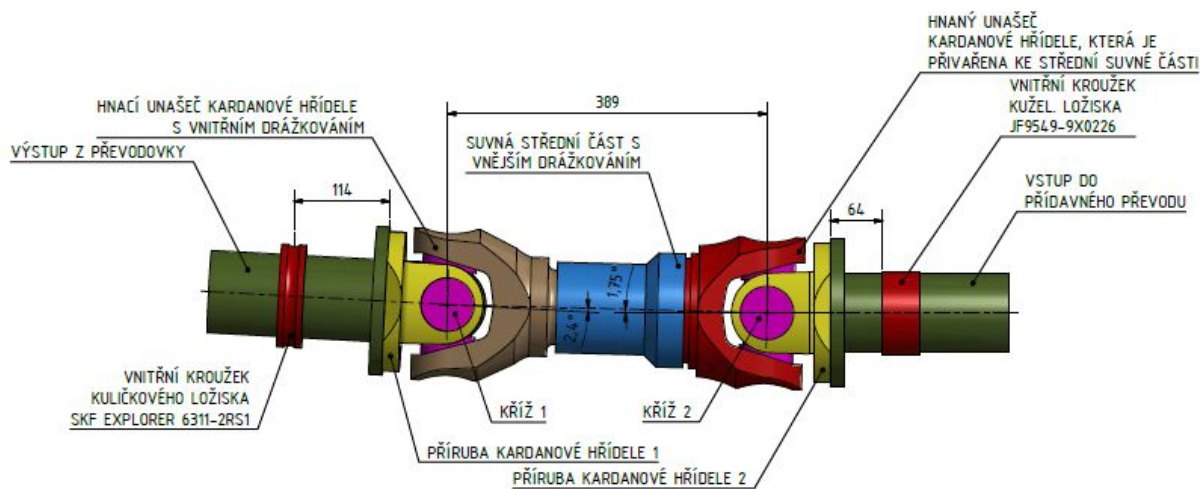
Výše uvedené hodnoty jsou spočteny pro otáčky motoru 1200 min^{-1} . Hodnoty, které odpovídají otáčkám motoru 1700 min^{-1} jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 5.3 – Hodnoty otáček a frekvencí ozubených kol při otáčkách motoru 1700 min^{-1}

n_1	$7,15 \text{ s}^{-1}$	f_1	$300,7 \text{ Hz}$
n_2	$6,01 \text{ s}^{-1}$	f_2	$312,7 \text{ Hz}$
$n_3 = n_4$	$5,58 \text{ s}^{-1}$	f_3	$145,2 \text{ Hz}$
n_5	$1,65 \text{ s}^{-1}$	f_4	$145,2 \text{ Hz}$

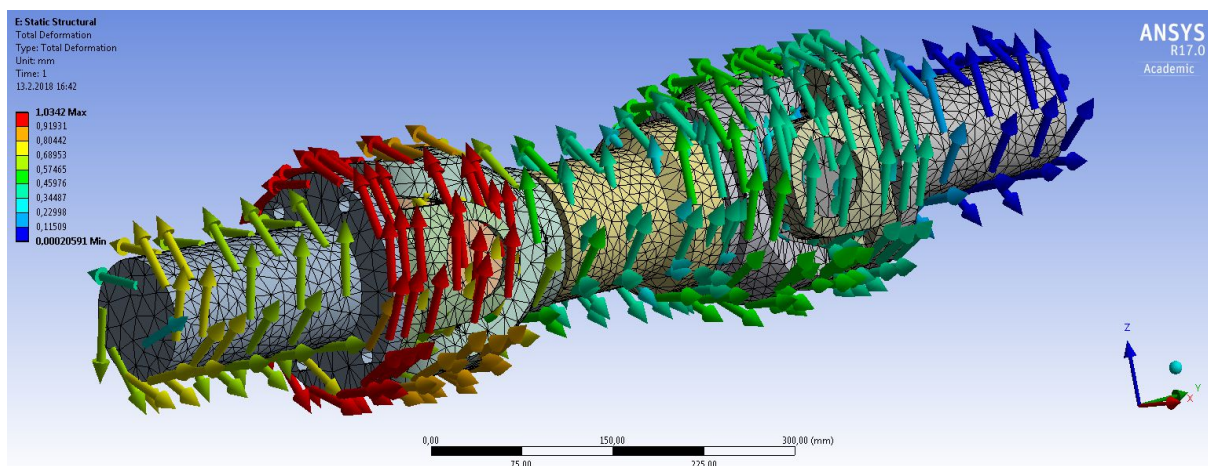
5.3.2 Vlastní frekvence kardanové hřídele

K vyhodnocení působení vibrací, je nutné znát také vlastní frekvence kardanové hřídele. Při určování vlastní frekvence kardanové hřídele bylo postupováno stejným způsobem jako v kap. 4. Vzhledem k tomu, že obdržení model kardanové hřídele ve formátu STEP byl velice tvarově složitý, bylo nutné vytvořit vlastní zjednodušený model v prostředí CAD programu Inventor, viz Obr. 5.13.



Obr. 5.13 – Výpočtový model kardanové hřídele vytvořený v programu Inventor

Následně jsem tento CAD model převedl ve formátu STEP do prostředí MKP programu Ansys 17.0. Při vytváření výpočtového modelu jsem postupoval stejným způsobem jako v kap. 4. Opět jsem předpokládal mezní stav, kdy ozubené kolo na výstupu bude zcela zablokováno a zároveň bude na hřídel působit točivý moment od motoru. Takto vzniklé deformace jsou uvedeny na Obr. 5.14. Na Obr. 5.14 jsou také zobrazeny směry deformací.



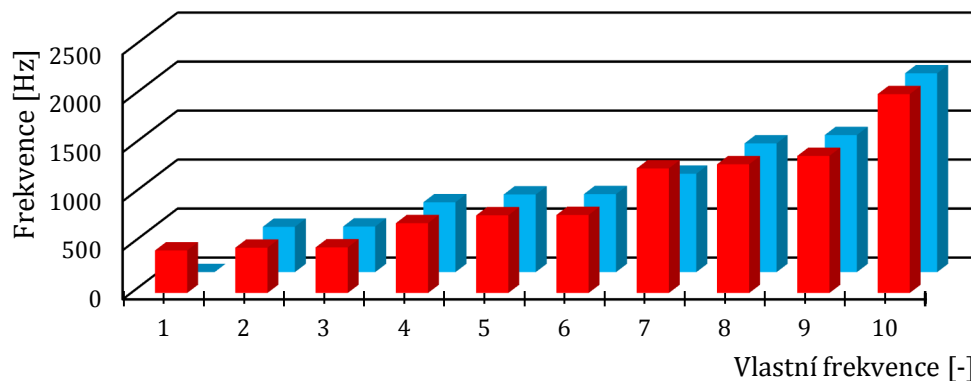
Obr. 5.14 – Celková deformace kardanové hřídele

Hodnoty vlastních frekvencí, které byly získány touto modální analýzou, jsou uvedeny v následující tabulce. Opět uvažuji stav bez zatížení a poté stav při zatížení. To znamená, že model bez zatížení z první modální analýzy je předeprnut pomocí zatížení definovaného v modulu *static structural*, viz kap. 4.

Tab. 5.4 – Hodnoty vlastních frekvencí

Výpočtový model bez zatížení		Výpočtový model se zatížením	
1	0 Hz	1	434,63 Hz
2	462,61 Hz	2	462,67 Hz
3	465,67 Hz	3	465,66 Hz
4	713,45 Hz	4	713,45 Hz
5	792,3 Hz	5	792,49 Hz
6	796,9 Hz	6	796,89 Hz
7	1004,2 Hz	7	1272,1 Hz
8	1314,1 Hz	8	1314,1 Hz
9	1399,7 Hz	9	1399,7 Hz
10	2030,1 Hz	10	2030,1 Hz

Na následujícím obrázku je zobrazen graf, na kterém porovnávám hodnoty vlastních frekvencí s předpětím a bez předpětí získaných při modální analýze.



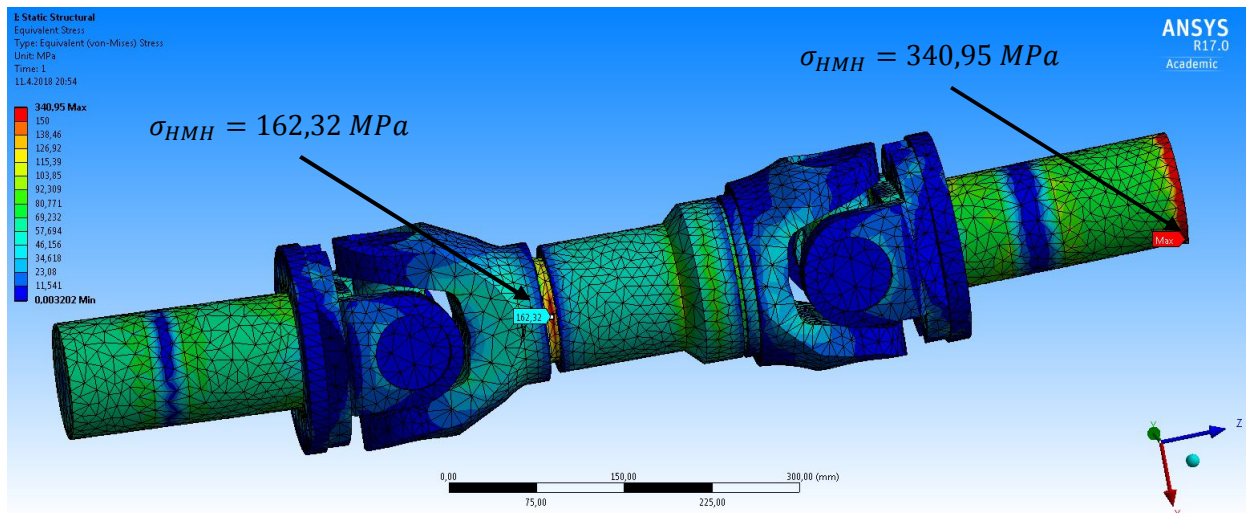
Obr. 5.15 – Porovnání vlastních frekvencí kardanové hřídele s předpětím a bez předpětí

Je nutné poznamenat, že při tvorbě výpočtového modelu došlo k určité idealizaci. Z těchto důvodů jsem se rozhodl pro porovnání hmotností výpočtového modelu v MKP a skutečné hřídele.

Tab. 5.5 – Porovnání hmotností a momentů setrvačnosti skutečné hřídele a výpočtového modelu v MKP

	MKP	Skutečná hřídel
Hmotnost [m]	61,4	56,3
Hmot. moment setrvač. I_x [$kg \cdot m^2$]	1,901	1,526
Hmot. moment setrvač. I_y [$kg \cdot m^2$]	1,905	1,534
Hmot. moment setrvač. I_z [$kg \cdot m^2$]	0,197	0,199

Výhodou předepnutého výpočtového modelu v modulu *static structural* je, že byla během zjišťování vlastních tvarů a vlastních frekvencí provedena i statická pevnostní analýza. Z výsledků je vidět, že hodnoty maximálních napětí nedosahují příliš vysokých hodnot $\sigma_{HMH} = 162$ MPa pro jízdní režim *4R1700* a $\sigma_{HMH} = 370$ MPa pro jízdní režim *3N1200*. Maximální hodnoty je dosaženo v místě vazby *Remote displacement*, kde $\sigma_{HMH} = 341$ MPa. Tuto hodnotu nelze brát vážně, protože je zde umístěna vazba, která zde ve skutečnosti není. Statická bezpečnost kardanové hřídele je i přesto neznámá, protože materiál hřídele je neznámý.



Obr. 5.16 – Statická pevnostní kontrola v modulu *static structural*

5.3.3 Fourierova transformace

Fourierova transformace je metoda, která se využívá k analýze signálů. Jedná se o vyjádření funkce popisující signál v jiných proměnných pomocí integrální transformace např. převod spojitě funkce z časové oblasti $f(t)$ do oblasti frekvenční $F(f)$. Princip této transformace je založen na tom, že původní funkce je nahrazena posloupností harmonických funkcí s odlišnými parametry (frekvence) a to tak, aby součet harmonických funkcí dal zpátky funkci původní. Výraz pro Fourierovu transformaci lze odvodit z Fourierovy řady:[6],[15],[21]

$$f(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega t} dt \quad (5.16)$$

Bude-li funkce $x(t)$ v čase T periodická, lze ji vyjádřit jako nekonečnou posloupnost[15]:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cdot \cos(n\omega t) + b_n \cdot \sin(n\omega t)]; \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (5.17)$$

kde a_n, b_n jsou spektrální koeficienty funkce $x(t)$

Výše uvedený vztah znamená, že funkci $x(t)$ lze složit z nekonečně mnoha sinusovek s různými amplitudami a jejichž frekvence jsou násobky základní frekvence ω .

Při vyhodnocování signálu vibrací předpokládáme, že $x(t)$ je na naměřeném intervalu T periodická. Tento předpoklad často neodpovídá skutečnosti a je potřeba úprav signálu, aby se zamezilo vzniku chyb (např. chyba únikem). V současné době analyzátoři nepracují se spojitou časovou vlnou. Tento signál prochází A/D převodníkem (analogově/číslicovým), který zaznamenává časovou vlnu jako posloupnost N diskretních hodnot s pravidelnými časovými intervaly na intervalu T – diskretizace. Přesnost této metody závisí na časovém průběhu původní funkce. Diskretní Fourierova transformace (DFT) je dána vztahem:[15]

$$x(t_k) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{N/2} \left[a_n \cdot \cos\left(\frac{2\pi n t_k}{T}\right) + b_n \cdot \sin\left(\frac{2\pi n t_k}{T}\right) \right]; \quad k = 1 \dots N \quad (5.18)$$

kde a_n, b_n jsou spektrální koeficienty funkce $x(t_k)$

Při N naměřených hodnotách stačí vypočítat $N/2$ hodnot amplitudového spektra, zbylé hodnoty se získají vynásobením dvěma, protože se jedná o dvoustranné spektrum hodnot. Vzniklá Fourierova řada se nazývá frekvenční spektrum, ve které je každý fyzikální jev (otáčky, nevyváženost, poškozené ozubení apod.) reprezentován samostatnou sinusovou funkcí odpovídající dané frekvenci.[6],[15]

V současné době se nejčastěji využívá algoritmus rychlé Fourierovy transformace, kde počet diskretních hodnot je celočíselnou mocninou čísla 2, např. pro $N = 2^{11} = 2048$. [15]

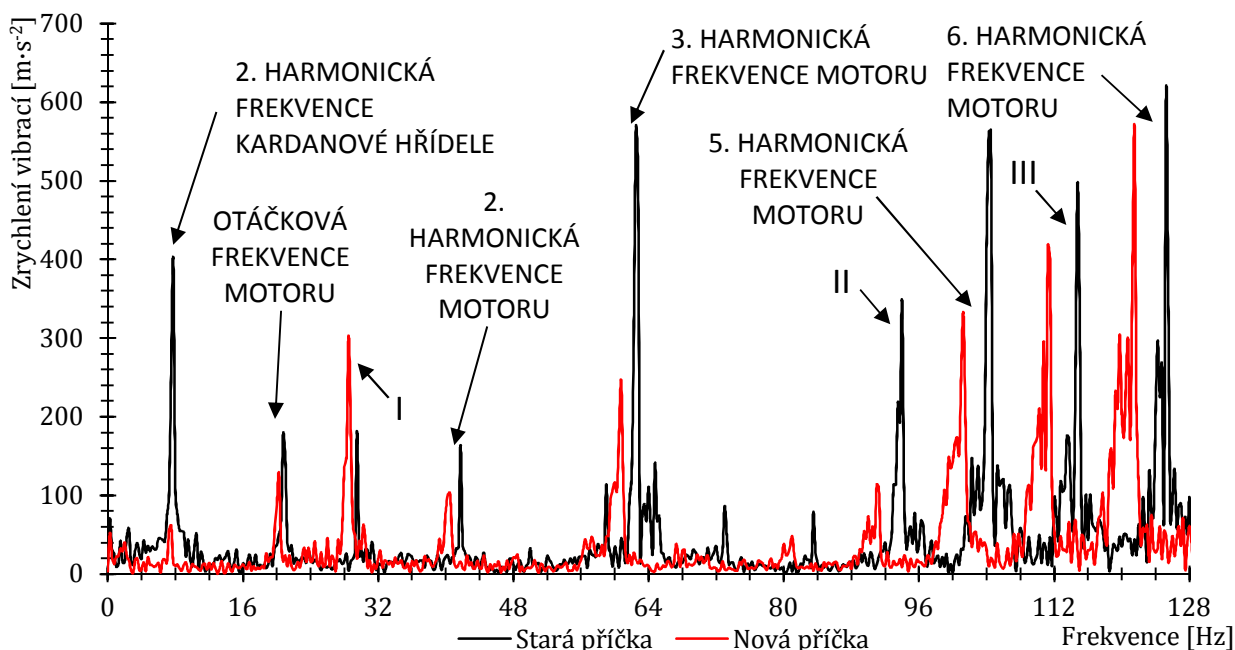
Na trhu je celá řada analyzátorů nebo softwarů, které jsou schopny provést vyhodnocení pomocí rychlé Fourierovy transformace. Jedním ze softwarů, který je schopen omezeným způsobem vyhodnotit naměřená data pomocí rychlé Fourierovy transformace je program Excel.

V příloze A,B,C,D,E,F uvádím grafy rychlé Fourierovy analýzy pro všechny jednotlivé směry. V této kapitole uvádím jen vyhodnocení vlivu odpružení převodovky na rámu při otáčkách motoru 1700 min^{-1} a na převodovce při otáčkách motoru 1200 min^{-1} . Činím tak, protože podle mého názoru je zde vliv odpružení převodovky nejasnější a nejvýznamnější. Vzhledem k tomu, že nízké

frekvence člověk vnímá hůře než frekvence vyšší a také z důvodů přehlednosti, omezují následující grafická znázornění na ose X do maximální frekvence 128 Hz.

5.3.4 Frekvenční spektra na převodovce při přev. st. 3N a otáčkách 1200 min⁻¹

Nejprve jsem provedl vyhodnocení na převodovce ve směru osy Z a to tak, že hodnoty otáček vypočítaných v kap. 5.3.1 jsem porovnával s frekvencemi významných vibrací spektra uvedeného na Obr. 5.17.



Obr. 5.17 – Frekvenční spektrum – Zrychlení vibrací (rychlá Fourierova transformace) na převodovce ve směru osy Z při použití příčky se Swingmetalovými silentbloky (stará příčka) a s válcovými silentbloky (nová příčka) - 3N1200

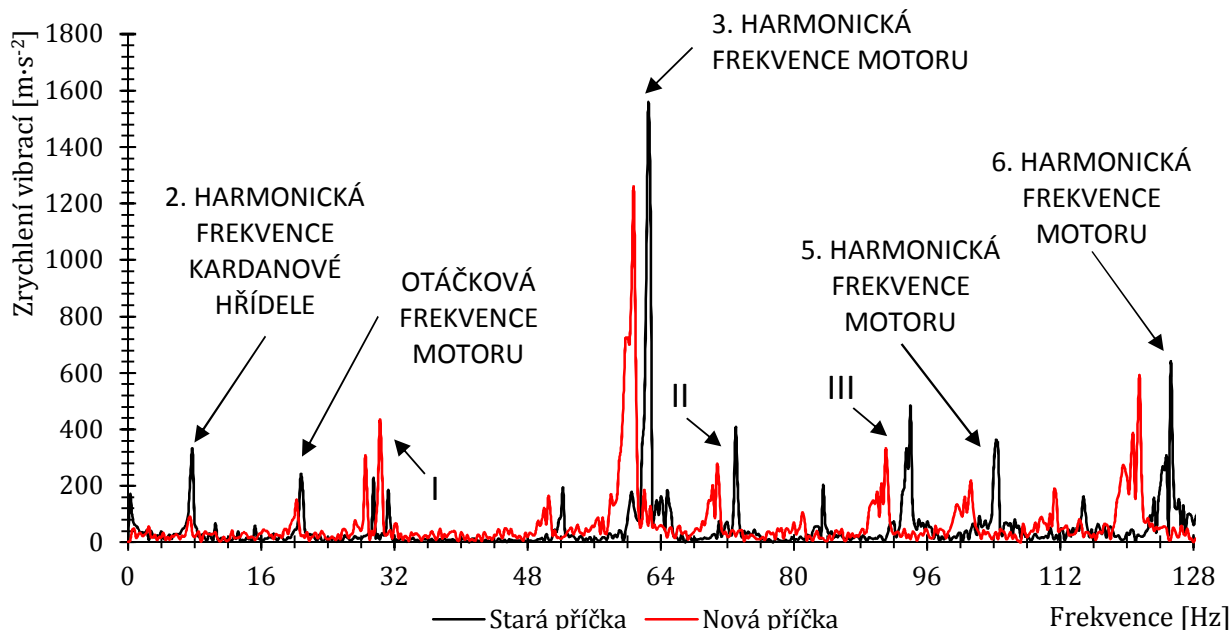
Pozn. Hodnoty naměřené při použití odpružení převodovky se Swingmetalovými silentbloky (starší příčka) jsou na ose X posunuty přibližně o 3 Hz zřejmě z důvodu odlišných otáček motoru při měření oproti případu s válcovými silentbloky (nová příčka).

Při jízdě vozidla na převodovou rychlost 3N při otáčkách motoru 1200 min⁻¹ dosahují vibrace významných hodnot na následujících frekvencích:

- Kardanová hřídel na druhé harmonické frekvenci – 7,5 Hz
- Otáčková frekvence motoru – 20,25 Hz
- Druhá harmonická frekvence motoru – 40 Hz
- Třetí harmonická frekvence motoru – 60,75 Hz
- Pátá harmonická frekvence motoru – 91,25 Hz
- Šestá harmonická frekvence motoru – 121,75 Hz

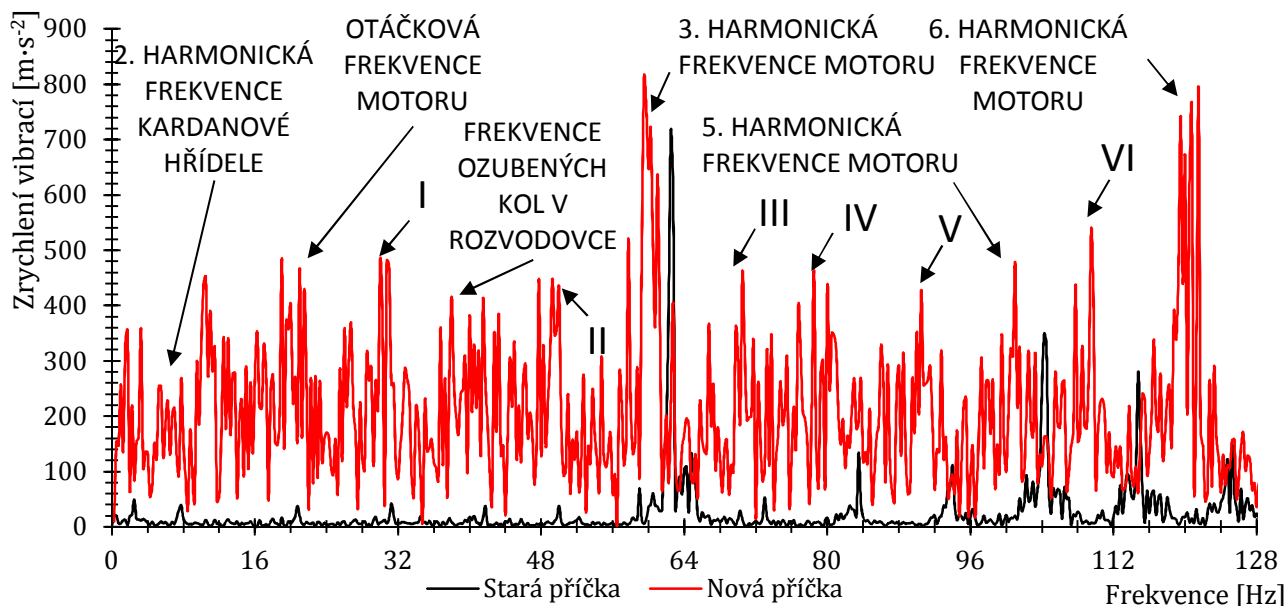
Hodnoty označeny indexy I, II, III na frekvencích 28,5 Hz, 91,25 Hz, 111,5 Hz jsou neznámé a nelze přesně určit jejich zdroj. Z Obr. 5.17 lze vidět, že nejvýznamnějšími frekvencemi je druhá harmonická frekvence kardanové hřídele, třetí a šestá harmonická frekvence motoru. Použitím odpružením převodovky s válcovými silentbloky se daří eliminovat druhou harmonickou frekvenci kardanové hřídele. Dochází také ke snížení zrychlení vibrací při třetí a páté harmonické frekvenci motoru a při vibraci na frekvenci 91,25 Hz (označeno římskou číslicí dva). Naopak dochází ke zvýšení zrychlení vibrací na frekvenci 28,5 Hz (označení římskou číslicí jedna) a

minimálnímu poklesu vibrací při šesté harmonické frekvenci motoru a frekvenci 111,5 Hz (označeno římskou číslicí tři). Na následujícím obrázku uvádím frekvenční spektrum ve směru osy Y na převodovce.



Obr. 5.18 – Frekvenční spektrum – Zrychlení vibrací (rychlá Fourierova transformace) na převodovce ve směru osy Y při použití příčky se Swingmetalovými silentbloky (stará příčka) a s válcovými silentbloky (nová příčka) - 3N1200

Z Obr. 5.18 lze vidět, že dominantní vibrace se projevují při stejných frekvencích jako v předešlém případě. Oproti předešlému případu došlo také k projevům vibrací při frekvenci 30,25 Hz (označeno římskou číslicí jedna) a frekvenci 70,75 Hz (označeno římskou číslicí dva). Římská číslice tři označuje vibrace na frekvenci 91,25 Hz. Tyto vibrace se projevují v ose Z dominantněji, než v ose Y. Zdroje těchto vibrací se nepodařilo odhalit.



Obr. 5.19 – Frekvenční spektrum – Zrychlení vibrací (rychlá Fourierova transformace) na převodovce ve směru osy X při použití příčky se Swingmetalovými silentbloky a s válcovými silentbloky - 3N1200

Na Obr. 5.19 je znázorněno zrychlení vibrací ve směru osy X. Již na první pohled lze vidět, že při použití válcového silentbloku (nová příčka) došlo k projevům vibrací takřka na všech frekvencích oproti provedení se Swingmetalovými silentbloky. Mimo zdroje vibrací, které byly pospány v předchozích dvou případech, došlo k projevům vibrací i na dalších frekvencích. Zdroje těchto vibrací se nepodařilo uspokojivě identifikovat. Tyto vibrace se vyskytují na frekvencích:

- 31 Hz (označeno římskou číslicí jedna)
- 49,25 Hz (označeno římskou číslicí dva)
- 70,5 Hz (označeno římskou číslicí tři)
- 80 Hz (označeno římskou číslicí čtyři) – čtvrtá harmonická frekvence motoru
- 90,5 Hz (označeno římskou číslicí pět)
- 109,5 Hz (označeno římskou číslicí šest)

V příloze G uvádím frekvenční spektra, která byla naměřena na rámu se swingmetalovými (stará příčka) a válcovými silentbloky (nová příčka) při jízdě na rychlost $3N$ s otáčkami motoru 1200 min^{-1} . Podobně jako na převodovce dochází k dominantním projevům vibrací na frekvencích:

- 7,5 Hz – druhá harmonická frekvence kardanové hřídele
- 20,25 Hz – otáčková frekvence motoru
- 40 Hz – druhá harmonická frekvence motoru
- 61 Hz – třetí harmonická frekvence motoru
- 125,5 Hz – šestá harmonická frekvence motoru

Mimo tyto frekvence dochází ve směru osy Z k projevům vibrací na frekvencích 28,5 Hz (označeno římskou číslicí jedna) – za použití nové příčky, 48,5 Hz (označeno římskou číslicí dva), 114,75 Hz (označeno římskou číslicí tři) a na frekvenci 2,5 Hz (označeno římskou číslicí čtyři) – stará příčka. Vibrace na frekvenci 115 Hz se za použití nové příčky eliminují a nejsou významné. Při použití nové příčky dochází ke zvýšení projevů vibrací na frekvenci 48,5 Hz a na třetí harmonické frekvenci motoru.

Ve směru osy Y nedochází k projevům motoru na šesté harmonické frekvenci, celkově došlo k utlumení všech významných vibrací. Naopak dochází k projevu vibrací na frekvenci 28,5 Hz a 30,25 Hz (za použití nové příčky) – (označeno římskou číslicí jedna). Dochází také k projevu vibrací na frekvenci 48,5 Hz (označeno římskou číslicí dva), podobně jako ve směru osy Z.

Ve směru osy X dochází k projevům vibrací na frekvencích podobně jako v ose Y a to na frekvencích 28 Hz a 48,5 Hz (označeno římskou číslicí jedna a dva). Významných hodnot vibrací, při použití staré příčky je dosaženo na frekvenci 2,5 Hz (označeno římskou číslicí tři), jejich zdroj je neznámý. Mezi významné vibrace lze zařadit vibrace vyskytující se v oblasti třetí harmonické frekvence otáčení motoru.

5.3.5 Frekvenční spektra na rámu při přev. st. 4R a otáčkách motoru 1700 min⁻¹

V této části kapitoly uvádím vyhodnocení naměřených hodnot na rámu při jízdě se zařazeným převodem 4R a otáčkách motoru 1700 min⁻¹. Na Obr. 5.20 uvádím frekvenční spektrum s naměřenými hodnotami na rámu ve směru osy Z. Z tohoto grafu, lze opět vyčíst frekvence, na kterých se budou vyskytovat významné vibrace i v dalších osách:

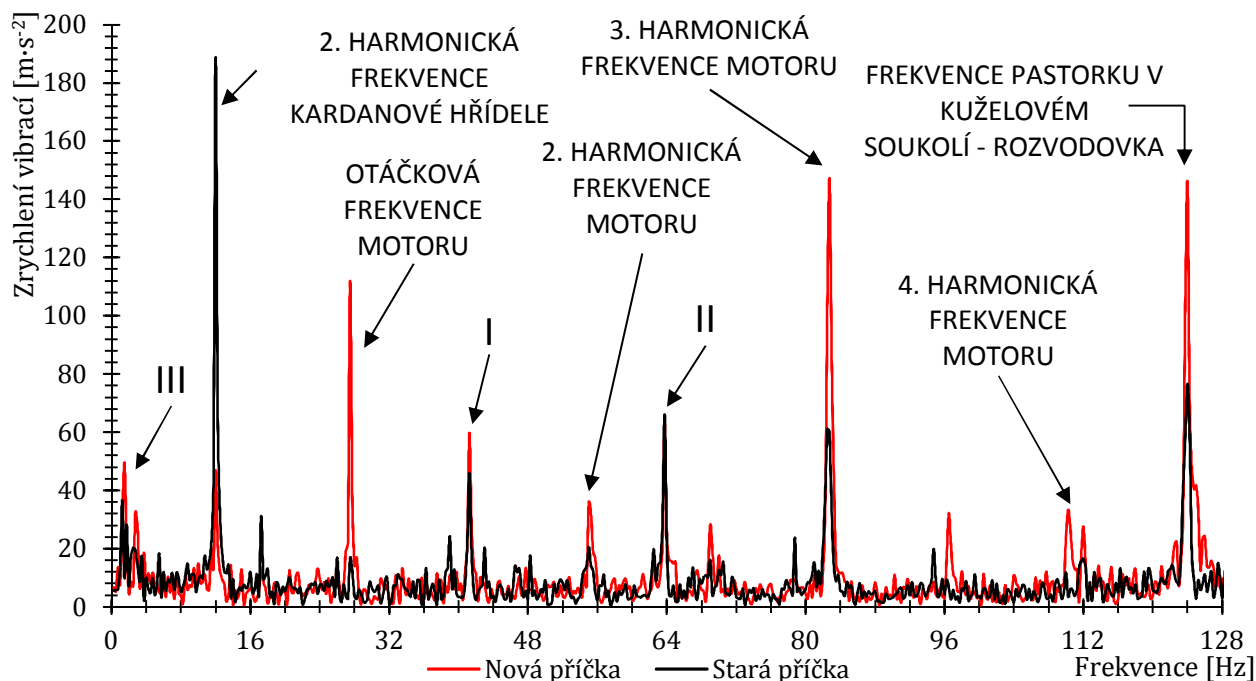
- 12,25 Hz – druhá harmonická frekvence kardanové hřídele
- 27,5 Hz – otáčková frekvence motoru
- 55,25 Hz – druhá harmonická frekvence motoru
- 82,75 Hz – třetí harmonická frekvence motoru
- 110 Hz – čtvrtá harmonická frekvence motoru
- 124 Hz – frekvence pastorku kuželového soukolí v rozvodovce

Z grafu na Obr. 5.20 lze vidět, že při použití nové příčky dochází k utlumení vibrací vznikající na frekvenci 12,25 Hz – druhá harmonická frekvence kardanové hřídele. Naopak dochází k razantnímu nárůstu vibrací způsobené motorem, a to na frekvencích 27,5 Hz, 55,5 Hz, 82,75 Hz a také vibrací způsobené pastorkem kuželového soukolí v rozvodovce. Mezi neidentifikované zdroje vibrací lze zařadit špičku vibrací na frekvenci 41,25 Hz (označeno římskou číslicí jedna), vibrace na frekvenci 64 Hz (označeno římskou číslicí dva) a vibrace na frekvenci 1,5 Hz (označeno římskou číslicí tři).

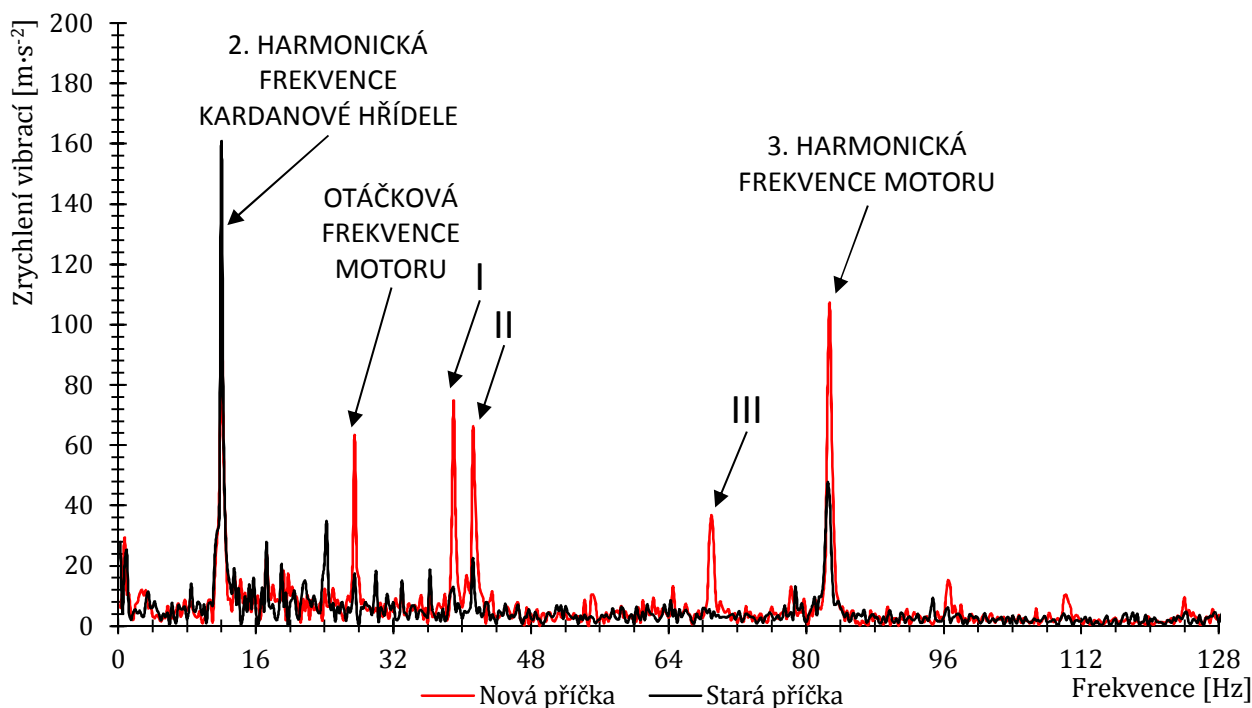
Z grafu na Obr. 5.21 lze vyčíst významné vibrace vyskytující se na rámu v ose Y. Mezi nejvýznamnější vibrace patří vibrace na frekvencích:

- 12 Hz – druhá harmonická frekvence kardanové hřídele
- 27,5 Hz – otáčková frekvence motoru
- 82,75 Hz – třetí harmonická frekvence motoru

Podobně jako v ose Z i v ose Y dochází ke snížení vibrací způsobené druhou harmonickou frekvencí kardanové hřídele, ale naopak dochází ke zvýšení vibrací způsobené motorem na frekvencích 27,5 Hz a 82,75 Hz. Dochází také ke zvýšení vibrací na frekvencích 39 Hz (označeno římskou číslicí jedna), 41,25 Hz (označeno římskou číslicí dvě) a 68,75 Hz (označeno římskou číslicí tři). Zdroje vibrací označených římskými číslicemi je neznámý. Vliv vibrací způsobený pastorkem kuželového soukolí v rozvodovce je v tomto směru nevýznamný.



Obr. 5.20 – Frekvenční analýza – Zrychlení vibrací (rychlá Fourierova transformace) na rámu ve směru osy Z při použití příčky se Swingmetalovými silentbloky (stará příčka) a s válcovými silentbloky (nová příčka) – 4R1700



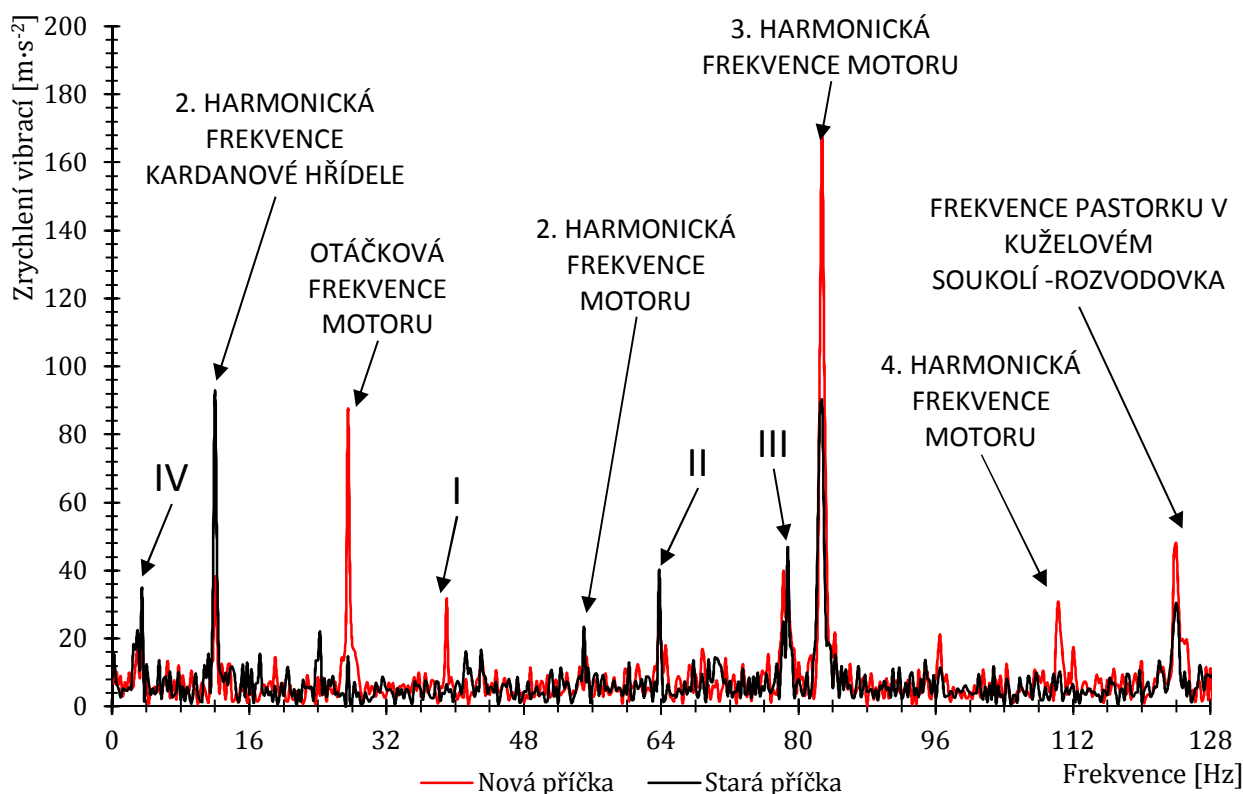
Obr. 5.21 – Frekvenční analýza – Zrychlení vibrací (rychlá Fourierova transformace) na rámu ve směru osy Y při použití příčky se Swingmetalovými silentbloky (stará příčka) a s válcovými silentbloky (nová příčka) – 4R1700

Na Obr. 5.22 uvádím frekvenční spektrum naměřené na rámu v ose X. Podobně jako v předchozích směrech jsou dominantní vibrace na těchto frekvencích:

- 12 Hz – druhá harmonická frekvence kardanové hřídele
- 27,5 Hz – otáčková frekvence motoru

- 82,75 Hz – třetí harmonická frekvence motoru
- 110,5 Hz – čtvrtá harmonická frekvence motoru
- 123,75 Hz – frekvence otáčení pastorku kuželového soukolí v rozvodovce

Opět lze vidět, že dochází ke zvýšení vibrací na všech frekvencích, na kterých pracuje motor. Jediným pozitivem je snížení projevů vibrací na frekvenci 12 Hz – druhá harmonická frekvence kardanové hřídele. Dále dochází k projevům vibrací na frekvencích 39 Hz (označeno římskou číslicí jedna); 63,75 Hz (označeno římskou číslicí dva); 78,75 Hz (označeno římskou číslicí tři). Zdroj těchto vibrací je neznámý. Mimo to dochází k projevům vibrací na frekvenci 3,5 Hz (označeno římskou číslicí čtyři), která odpovídá otáčkové frekvenci kardanové hřídele. Nevýznamných hodnot naopak dosahují vibrace způsobené pastorkem kuželového soukolí v rozvodovce.



Obr. 5.22 – Frekvenční analýza – Zrychlení vibrací (rychlá Fourierova transformace) na rámu ve směru osy X při použití příčky se Swingmetalovými silentbloky (stará příčka) a s válcovými silentbloky (nová příčka) – 4R1700

V příloze H uvádím frekvenční spektra naměřená při zařazené rychlosti 3N a otáčkách motoru 1700 min⁻¹. Dominantní vibrace se vyskytují na frekvencích:

- 12 Hz – druhá harmonická frekvence kardanové hřídele
- 27,5 Hz – otáčková frekvence motoru
- 55 Hz – druhá harmonická frekvence motoru
- 82,75 Hz – třetí harmonická frekvence motoru
- 110,5 Hz – čtvrtá harmonická frekvence motoru
- 123,75 Hz – frekvence otáčení pastorku kuželového soukolí v rozvodovce

Pozitivním jevem je snížení vibrací na frekvenci 12 Hz. Na ostatních frekvencích došlo v jednom případě k nárůstu vibrací při použití nové příčky a ve dvou případech nedošlo k žádné

změně. Na frekvencích 39 Hz (označeno římskou číslicí jedna) a 96,25 Hz (označeno římskou číslicí dvě) došlo ke zvýšení projevu vibrací, jejich zdroj je bohužel neznámý.

Ve směru osy Y dochází k projevům vibrací na stejných frekvencích, jako ve směru osy Z. Mezi dominantní vibrace lze zařadit frekvenci 12 Hz – druhou harmonickou frekvenci kardanové hřídele (při použití staré příčky), dále pak 83 Hz a 110,25 Hz – třetí a čtvrtá harmonická frekvence motoru a frekvence pastorku kuželového soukolí v rozvodovce. Podobně jako v předešlých případech dochází k projevům vibrací na frekvencích 39 Hz a 41,25 Hz (označeno římskou číslicí jedna), dále na frekvenci 69 Hz (označeno římskou číslicí dva) a na frekvenci 96,25 Hz (označeno římskou číslicí tři). Zdroje vibrací označeny římskými číslicemi jsou neznámé. Hodnoty naměřené s novou nebo starou příčkou jsou v tomto směru více či méně neměnné. Razantního rozdílu dosahují jen vibrace na frekvenci 12 Hz – druhá harmonická frekvence kardanové hřídele.

Ve směru osy X lze dominantní vibrace nalézt na stejných frekvencích jako v předešlých případech. Při použití nové příčky došlo ke snížení projevů vibrací na frekvenci 12 Hz – druhá harmonická frekvence kardanové hřídele. Na ostatních frekvencích došlo ke zvýšení projevu vibrací oproti stavu při použití staré příčky. Mezi dominantní vibrace lze zařadit vibrace na frekvencích 27,5 Hz – otáčková frekvence motoru, 55 Hz – druhá otáčková frekvence motoru, 82,75 Hz – třetí otáčková frekvence motoru, 110,5 Hz – čtvrtá otáčková frekvence motoru a 124 Hz – frekvence pastorku v kuželovém soukolí v rozvodovce. Na frekvencích 69 Hz (označeno římskou číslicí jedna) a 96,25 Hz (označeno římskou číslicí dva) dochází k projevům vibrací, jejíž zdroj je neznámý a jejich hodnota roste při použití nové příčky.

5.3.6 Závěr z vyhodnocení měření vibrací

Z výsledků měření vyplývá, že dochází ke snížení vlivu vibrací při použití příčky s válcovými silentbloky. Negativním projevem je zvýšení vibrací rámu a také na převodu zvláště v ose X při otáčkách motoru 1200 min⁻¹. Z výsledků lze také vidět, že dominantní vibrace také způsobuje motor. V některých případech je motor dominantnější než vibrace způsobené kardanovou hřídelí, zejména při použití nové příčky, ale i také v některých případech při použití staré příčky.

Při jízdním režimu 3N1200 došlo ke zvýšení vibrací ve směru osy X (viz Obr. 5.19) na všech frekvencích. Podle mého názoru nemůže kardan způsobovat vysoké vibrace ve směru osy X (podélný směr). Myslím si, že nerovnoměrnost chodu by se měla projevovat ve směru osy Y a Z. To mě vede k myšlence, zda vlivem nerovnoměrnosti chodu nevznikla radiální a axiální síla, které by mohly způsobovat tyto vibrace. Podle práce [7] *Farzada Vesaliho, Mohammada Ali Rezvaniho a Mohammada Kashfiho*, usuzuji, že vzniká síla působící na ložiska křížového kloubu. Tato síla je podobně, jako nerovnoměrnost chodu, závislá na úhlu mezi hřídeli β a je pod tímto úhlem skloněna. Rozložením této síly do dvou na sobě kolmých rovin, získám radiální a axiální složku síly. Výpočet velikosti jednotlivých složek síly je uveden v příloze M. Podle přílohy M je velikost axiálních sil velmi nízká přibližně 4 % radiálních sil. Dle mého názoru vibrace v tomto směru jsou způsobovány motorem. Protože při daném jízdním režimu došlo k jeho přetížení.

Na rámu, zejména při otáčkách motoru 1700 min⁻¹, došlo k razantnímu nárůstu vibrací. V některých případech více než dvojnásobně. Při použití nové příčky dochází k eliminaci vibrací na druhé harmonické frekvenci kardanu, což z hlediska pocitového (pro řidiče) přináší zlepšení. Naopak zhoršení se projevuje zejména na rámu. Došlo ke zvýšení hladiny vibrací a posunutí na vyšší frekvence, což z hlediska únavy materiálu není vůbec pozitivní jev.

Také je nutné zhodnotit, zda tak malé úhly mezi hřídelemi kardanové hřídele jsou schopny generovat tak vysoké vibrace. Je nutné mít také na paměti, že na stejné frekvenci otáčení kardanové hřídele pracují i další části hnacího traktu jako je např. planetová převodovka se šikmým ozubením, která je součástí hlavní převodovky, popř. vstupní hřídel přidavného pohonu. V příloze K je uvedena skutečná hodnota nerovnoměrnosti chodu pro zapojení dle Obr. 5.10.

6. Experimentální modální analýza

Cílem experimentální modální analýzy je zjištění modálních parametrů, kterými můžou být vlastní frekvence nebo vlastní tvary bez návaznosti na teoretický model. Tímto lze zjistit, zda nadměrné kmitání za provozu je způsobeno rezonancí a jak vypadá vybuzený vlastní tvar. Zjištěné modální parametry pomocí experimentální modální analýzy je možné srovnat s daty získanými pomocí MKP nebo jiných teoretických metod. Výsledky experimentální modální analýzy lze také využít k přesnému určení vlastních frekvencí, určení vlastních tvarů s vyšší přesností nebo k opravě teoretického modelu tak, aby lépe odpovídal naměřeným hodnotám. Výsledky se dají také využít ke zjištění příčin nesouladu mezi naměřenými hodnotami experimentální modální analýzy a výsledků získaných pomocí teoretických metod. Také se dají využít k určení budících sil. Zkoumaný systém lze rozepsat do tří různých typů modelů [22]:

- Fyzikální model
- Modální model
- Odezvový model

Při teoretické vibrační analýze systémů se postupuje tak, že se nejprve sestaví pohybové rovnice – fyzikální model. Poté se analyzuje volné kmitání – modální model a následně se analyzuje vynucené kmitání při harmonickém buzení – odezvový model.

Při experimentální vibrační analýze systémů se postupuje opačně. Nejprve se sestaví odezvový model. Poté se sestaví modální model. Další výpočty ve formě fyzikálního modelu se zpravidla neprovádí.

Frekvenční odezovou funkcí $H(\omega)$, která je základem odezvého modelu je možné vyjádřit [22]:

$$H(\omega) = \frac{\text{výstup}}{\text{vstup}} = \frac{\text{pohyb}}{\text{síla}} = \frac{\text{odezva}}{\text{buzení}} \quad (6.1)$$

Tab. 6.1 – Různé typy frekvenčních odezvových funkcí podle odezvého parametru

	Frekvenční odezvá funkce	
Odezvový parametr - r	$\frac{r}{F} \rightarrow$ standardní	$\frac{F}{r} \rightarrow$ inverzní
Výchylka - X	$\alpha(\omega) \rightarrow$ receptance, admittance, dynamická poddajnost, dynamická pružnost	dynamická tuhost
Rychlost - V	$Y(\omega) \rightarrow$ pohyblivost	mechanický odpor
Zrychlení - A	$A(\omega)$ inertance, akcelance	zdánlivá hmotnost

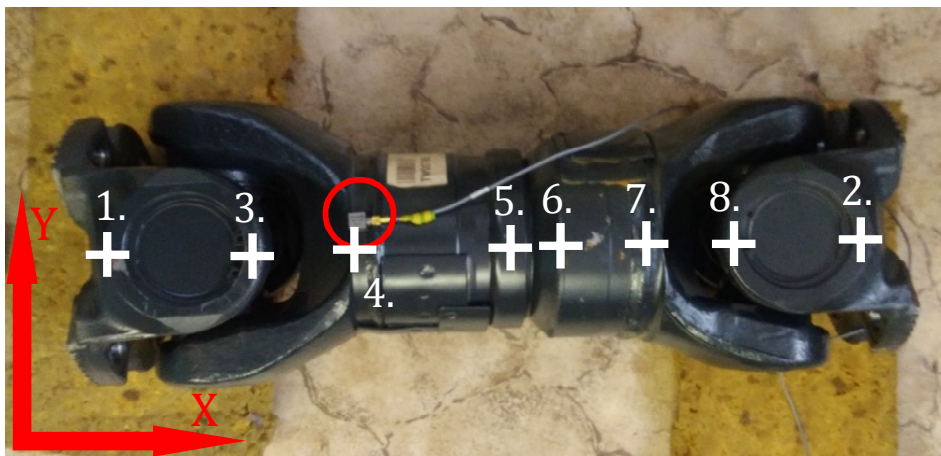
Čistě teoreticky lze modální zkoušku definovat podle [22] jako „Procesy aplikované na testované součásti nebo struktury s cílem získat matematický popis jejich dynamického chování“.

Cílem této modální analýzy provedené v této práci bylo ověření teoretické modální analýzy, která byla provedena v prostředí programu Ansys 17.0. Cílem obou analýz je také zjištění vlivu kardanové hřídele na vibracích.

6.1 Provedení experimentu

I když to na první pohled nevypadá, provedení modální analýzy kardanové hřídele v reálném prostředí je poměrně složité. V kap. 4 resp. kap. 5.3.2 byla provedena modální analýza, kde kardanová hřídel byla předeprnuta točivým momentem, který působil na výstupu z převodovky. Předeprnutí kardanové hřídele v reálných podmínkách je velice složité (téměř nemožné) na realizaci. Z těchto důvodů jsem se rozhodl pro provedení reálné analýzy bez předpětí.

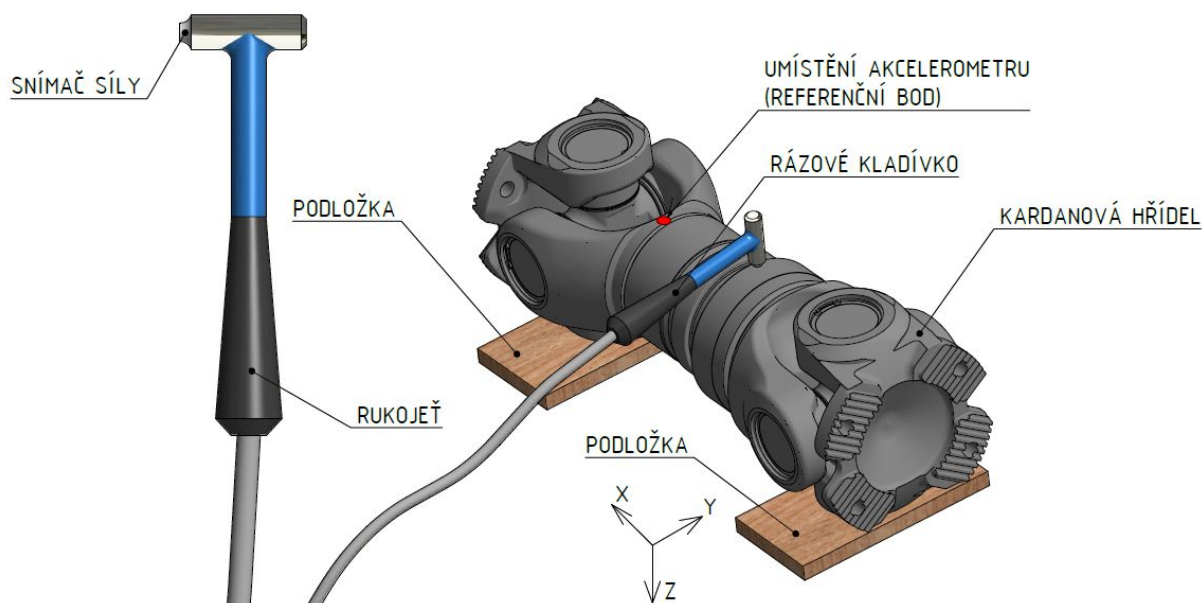
Měření probíhalo v laboratoři experimentálních metod katedry aplikované mechaniky. Kardanová hřídel byla uložena na měkké molitanové podložky, čímž se realizovalo volné uložení. Jedná se o volné uložení, které se používá nejčastěji pro korelaci experimentálního a výpočtového modelu. Během měření bylo nutné najít optimální polohu pro umístění snímače zrychlení vibrací (referenční poloha). Snímač byl pomocí včelího vosku přichycen na kardanovou hřídel. Při experimentu bylo buzení prováděno rázovým kladívkem (impulsní buzení). Na následujícím obrázku je znázorněno umístění snímače vibrace a jsou vyznačeny body u kterých docházelo k buzení vibrací pomocí rázového kladívka.



Obr. 6.1 – Poloha kardanové hřídele při měření s vyznačenými body k buzení vibrací, poloha snímače zrychlení vibrací, červenou barvou označena poloha snímače vibrací – referenční poloha

Údery rázovým kladívkem byly provedeny na vyznačených bodech dle očíslovaného pořadí. Údery byly provedeny v rovině X-Y a v rovině X-Z (osa Z ve směru pozorovatele). V daném bodě bylo provedeno vždy 5 úderů. Poté program zaznamenal a vyhodnotil naměřené hodnoty.

Při měření byl použit čtyř kanálový FFT analyzátor PULSE Type 3109, viz Obr. 6.3. Tento analyzátor byl propojen s počítačem a s rázovým kladívkem Brüel & Kjær Type 8202, viz Obr. 6.4. Počítač je vybavený softwarem, který z naměřených frekvenčních odezvových funkcí extrahuje modální parametry měřeného systému. Dále byl na kardanové hřídeli umístěn akcelerometr tříosý DeltaTron Type 4507 B001, viz Obr. 6.5. Parametry použitých měřidel jsou uvedeny v následující tabulce.



Obr. 6.2 – Schéma měření

Tab. 6.2 – Použitá měřidla a software

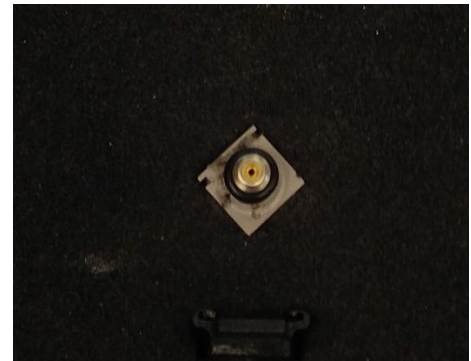
Měřidlo	Výrobní číslo	Referenční citlivost
PULSE Type 3109	-	-
Brüel & Kjær Type 8202	1551936	1 pC/N
DeltaTron Type 4507 B001	10175	1,014 mV/ms ⁻²
Použitý software		
Software pro měření	PULSE LabShop	
Software pro modální analýzu	STAR Struct	



Obr. 6.3 – Analyzátor PULSE Type 3109

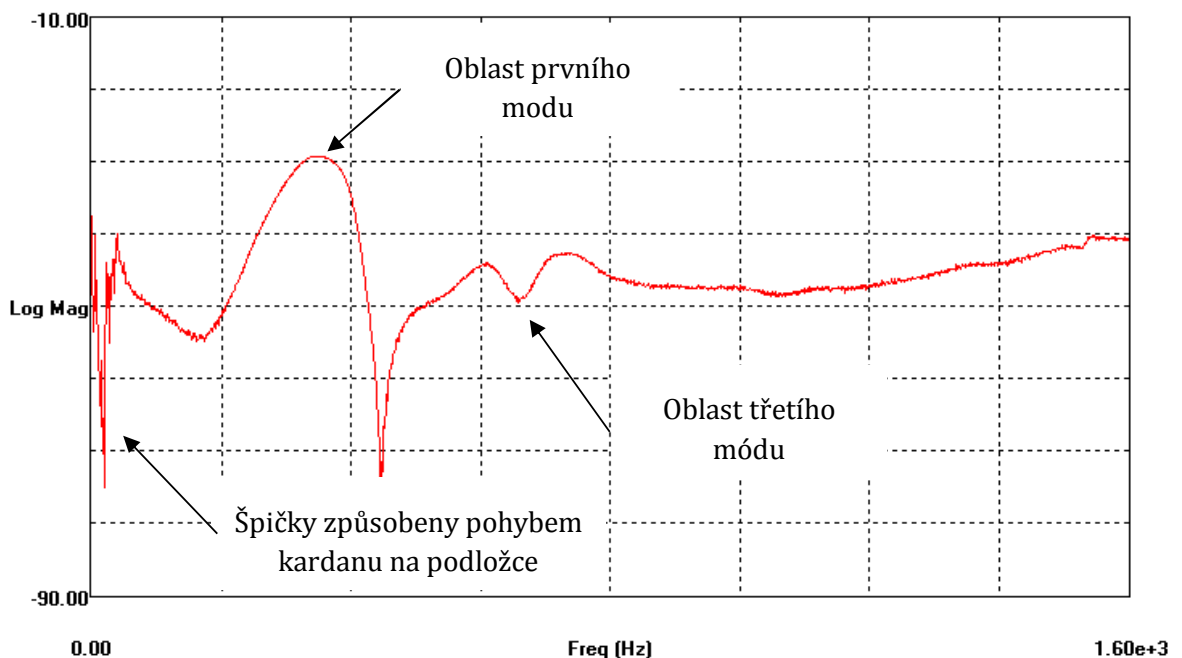


Obr. 6.4 – Rázové kladívko Brüel & Kjær Type 8202



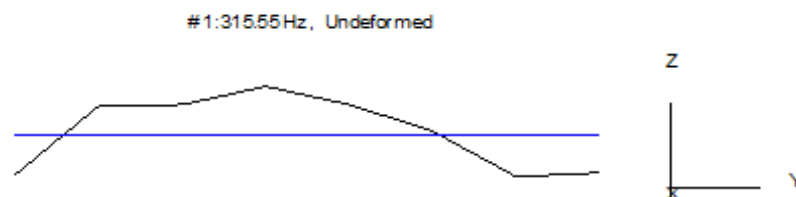
Obr. 6.5 – Akcelerometr DeltaTron Type 4507 B001

Na dalším obrázku uvádím frekvenční odezovou funkci v bodě 5X (pátý bod v Obr. 6.1). Frekvenční odezovou funkci lze definovat jako poměr odezvy v místě uchycení akcelerometru na vstup v místě, kde docházelo k buzení rázovým kladívkem, v tomto případě bod 5X.

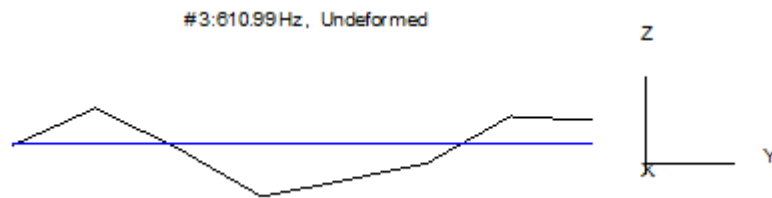


Obr. 6.6 – Frekvenční odezová funkce – FRF – v bodě 5X

Naměřená data byla zpracována v programu START Struct. V měřeném pásmu byly identifikovány dva módy. První mód se pohybuje přibližně na frekvenci 316 Hz, druhý mód se vyskytuje na frekvenci přibližně 611 Hz. Vlastní tvary při těchto módech jsou uvedeny na následujících obrázcích.



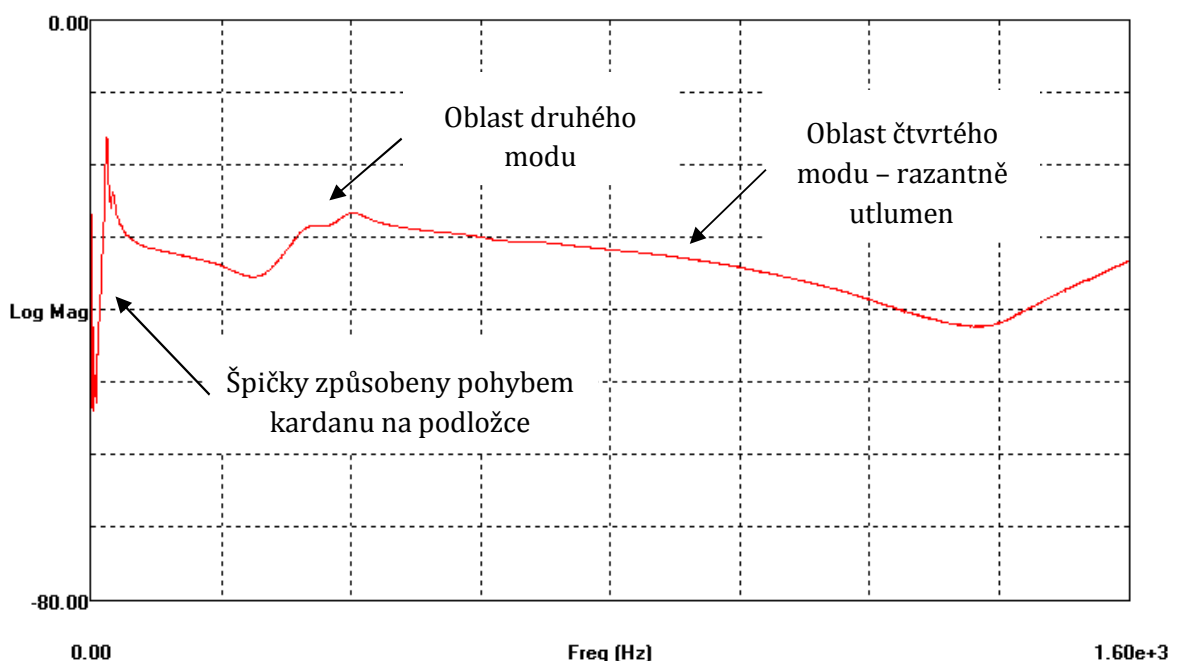
Obr. 6.7 – Vlastní tvar pro první mód při 316 Hz v rovině YZ



Obr. 6.8 – Vlastní tvar pro třetí mód při 611 Hz v rovině YZ

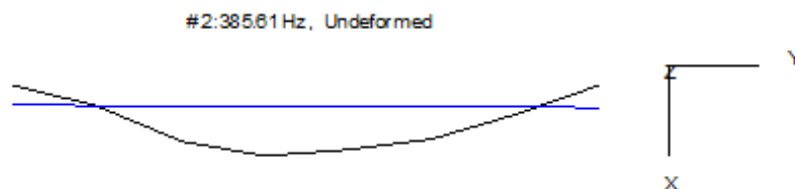
Dále uvádím frekvenční odezovou funkci v bodě 4Z. Z Obr. 6.9 lze vidět, že odezva čtvrtého módu, která by se měla objevovat přibližně kolem 700 Hz je téměř žádná. To může být způsobeno nadměrným utlumením např. vlivem pryžového těsnění uloženého v objímce kardanové hřídele nebo odlišným materiálem objímky.

Pozn. Přesná poloha a typ těsnění není znám, taktéž materiály jednotlivých částí nejsou známy. Při analýzách a tomto experimentu se předpokládá jednotný materiál – ocel. Přesnější určení materiálu, popř. úprava modelu za účelem docílení shody s výpočtovým modelem z MKP nepřicházela v úvahu.

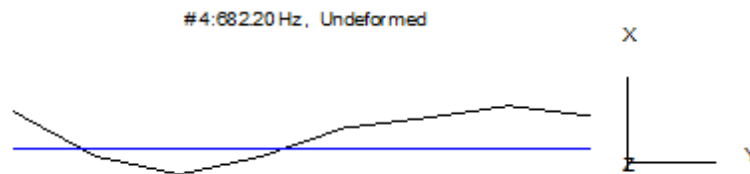


Obr. 6.9 – Frekvenční odezová funkce – FRF – v bodě 4Z

Naměřená data byla opět zpracována, vlastní tvary druhého a čtvrtého módu jsou uvedeny na následujících obrázcích.



Obr. 6.10 – Vlastní tvar pro druhý mód při 386 Hz v rovině XY



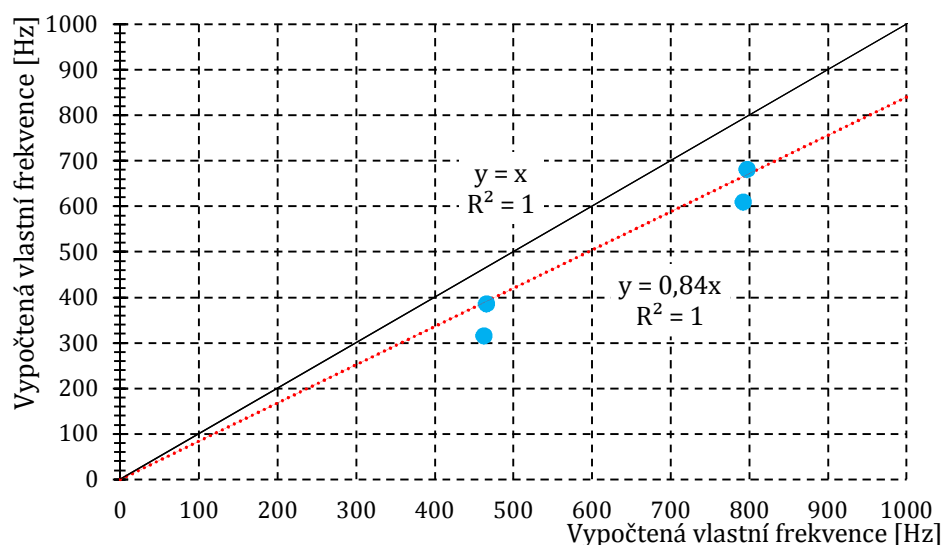
Obr. 6.11 – Vlastní tvar pro čtvrtý mód při 682 Hz v rovině XY

V následující tabulce uvádím hodnoty vlastních frekvencí získaných měřením f_n [Hz] a hodnoty získaných výpočtem pomocí MKP f_v [Hz]. Taktéž je uvedena hodnota poměrného útlumu ξ [%].

Tab. 6.3 – Naměřené a vypočtené vlastní frekvence a modální tlumení

	f_n [Hz]	ξ [%]	f_v [Hz]
1	316	13,3	463
2	386	6,46	466
3	611	9,73	792
4	682	5,26	797

Nejjednodušším způsobem, jak srovnat naměřené a vypočítané hodnoty je tabulace dat naměřených a vypočtených dat, viz Tab. 6.3. Pro přehlednost je však lepší naměřená data a vypočtená data srovnat pomocí grafu. Z grafu lze vidět stupeň nesouladu mezi vypočtenými a naměřenými hodnotami a také určit příčiny těchto odchylek. Vykreslené hodnoty by měly ležet blízko přímky se směrnici jedna (černá čára). Jestliže leží poblíž přímky, která má jinou směrnici než 1, lze předpokládat, že tato odchylka je způsobena materiálovými vlastnostmi použitých při výpočtech. Jsou-li body široce rozptýleny jedná se o závažnou chybu. Obvyklé je, že čím vyšší je pořadí frekvence tím vyšší je také odchylka. Odchylky způsobené v tomto případě jsou způsobeny neznámým materiálem kardanové hřídele (předpokládá se ocel, ale přesně určení slitiny je neznámé). Dále byla kardanová hřídel vybavena pryžovým těsněním, které může také zanášet nepřesnosti do naměřených hodnot. Další odchylku do výpočtu vnesli odlišnosti modelu použitého při teoretickém výpočtu oproti experimentálnímu měření. I přesto všechno jsou si tyto výsledky podobné.



Obr. 6.12 – Grafické srovnání vlastních frekvencí

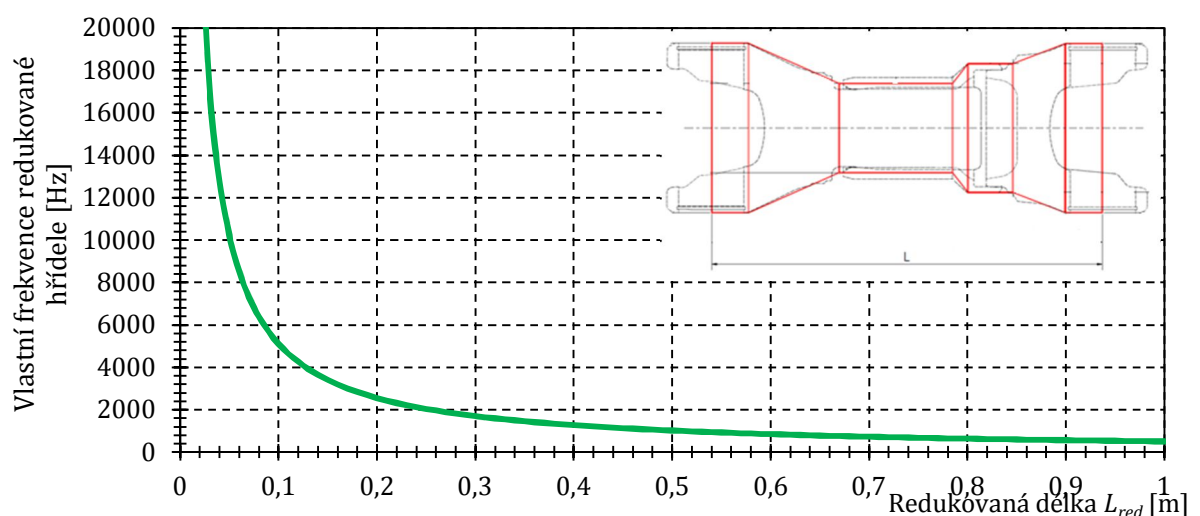
Shrnutí

Měření prokázalo, že model v MKP analýze provedené v kap. 4 resp. kap. 5.3.2 je poměrně přesný i přesto, že došlo k určitým zjednodušením. Naměřené hodnoty jsou poněkud nižší než hodnoty získané z MKP. To je způsobeno tím, že výpočet MKP nepočítá s tlumením. Taktéž ve skutečném modelu kardanové hřídele je umístěna objímka s těsněním. Osobně se domnívám, že právě toto těsnění se podílelo značně na tlumení vybuzených vibrací. Dále si lze povšimnout, že hodnoty prvního a třetího módu jsou razantně nižší než hodnoty v módech dva a čtyři. To je podle mého názoru způsobeno tím, že v případě módu dva a čtyři probíhalo buzení pomocí rázového kladívka kolmo na podložku (zem) – tužší uložení. Kdežto v případě módů jedna a tři docházelo k buzení v rovině XZ (podle Obr. 6.1) – méně tuhé uložení, mohlo také při buzení dojít k posunutí kardanové hřídele ve směru osy Y. Taktéž mohlo docházet k pohybům kardanové hřídele na podložce. To lze vyčíst z Obr. 6.6 a Obr. 6.9, kde se objevují odezvy na nízkých frekvencích.

7. Závislost délky kardanové hřídele na vlastní frekvenci kmitání

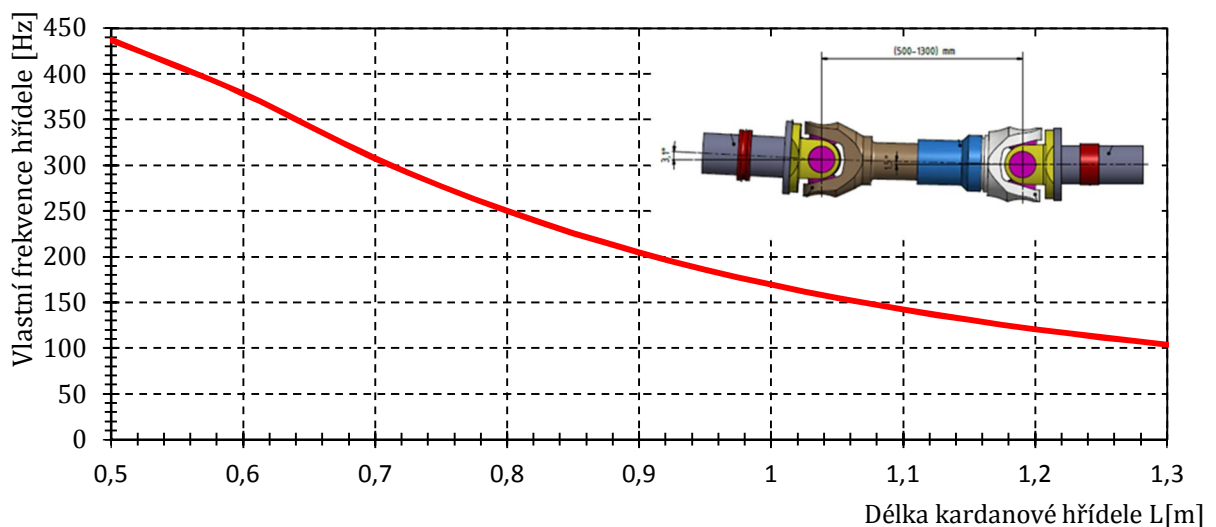
Při sestavování této závislosti jsem vycházel z výpočtového modelu, který je uveden v příloze L. Podle vztahů v příloze L na obr. příloha L-4 jsem redukoval kardanovou hřídel na hřídel konstantního průměru $D_{red} = 97,1$ mm. Pro takto vytvořenou hřídel jsem provedl výpočet torzní tuhosti dle vztahu (10.14). Následně jsem dopočítal hmotnost a hmotový moment setrvačnosti. Poté již bylo možno stanovit podle vztahu (10.17) úhlovou vlastní frekvenci netlumeného kmitání.

Předpokladem správného určení redukované délky je, že redukováný průměr bude totožný. V tomto případě $D_{red} = 97,1$ mm. Dále je nutné dopočítat redukovanou délku hřídele, kterou chceme použít. Opět je nutno redukovat na průměr $D_{red} = 97,1$ mm.



Obr. 7.1 – Závislost délky redukované hřídele na vlastní frekvenci redukované hřídele

Pozn. Je nutné zdůraznit, že výpočtový model, pro který byla tato charakteristika získána je výrazně tužší než ve skutečnosti, proto se osobně více přikláním hodnotám získaných z MKP analýzy.



Obr. 7.2 – Závislost délky na vlastní frekvenci kardanové hřídele

Z grafů uvedených na Obr. 7.1 a Obr. 7.2 lze vidět, že při použití výsledků z MKP modální analýzy došlo k razantnímu zdeformování křivky. To je způsobeno tím, že model v MKP analýze je méně tuhý než model výpočtový z přílohy L. Nižší tuhost je způsobena tím, že se ve výpočtu uvažují křížové klouby a ložiska v převodovkách. Ze směru deformací, které uvádím v příloze J lze vidět, že právě nejslabším místem je vstupní křížový kloub a příruba na výstupu z převodovky.

V kap. 5.2 je uvedeno, že při posunutí přídavného převodu o 460 mm došlo k eliminaci vibrací při rozjezdu. Došlo však k projevům vibrací na nižší hladině a při vyšších převodových stupních a vyšších otáčkách. Pravděpodobně se jedná o mírnou formu ohybového kmitání, protože došlo k nárůstu délky a tím pravděpodobně i hmotnosti. V příloze N uvádím amplitudovou charakteristiku v závislosti na délce redukované hřídele.

8. Závěr

Tato diplomová práce se zabývá vibracemi vznikající vlivem rotace kardanové hřídele. Úvod této práce se zaměřuje na kinematiku kardanového kloubu. Veškeré kinematické vztahy jsou odvozeny analytickou metodou a poté porovnány s výsledky získaných pomocí metody konečných prvků. Ve druhé části diplomové práce je zkoumán vliv délky kardanové hřídele na vlastní frekvence kardanové hřídele. Výsledky této analýzy jsou uvedeny v kap. 4 a v příloze I. V kap. 5.3.2 jsou uvedeny vlastní frekvence zkoumané kardanové hřídele, které byly potřebné při následném vyhodnocování vibrací. Před samotným započítáním vyhodnocování vibrací bylo nutné znát frekvence otáčení jednotlivých částí hnacího traktu o čemž pojednává kap. 5.3.1.

Vyhodnocení vibrací dokazuje, že při použití staré příčky dominují vibrace vyskytující se na druhé otáčkové frekvenci kardanové hřídele a také otáčkové frekvence motoru, resp. třetí a šestá otáčková frekvence motoru. V některých případech dochází také k projevům vibrací na otáčkové frekvenci kuželového soukolí v rozvodovce. Je nutné brát v úvahu, že podle Obr. 5.10 jsou úhly mezi hřídelemi β_1 a β_2 velice malé, tudíž i nerovnoměrnost chodu, který značně ovlivňuje vibrace, je velmi malá, viz příloha–K. Také dochází k projevům vibrací v podélném směru, tedy ve směru X, viz Obr. 5.19. To mě vedlo k domněnce, že během jízdní zkoušky došlo k přetížení motoru, které nebylo tak velké, aby došlo k jeho zhasnutí. Tato teorie je podpořena tím, že na stejném místě (na převodovce) při jiných otáčkách tak k razantním projevům vibrací nedochází. Další úvahou bylo, že během rotace kardanové hřídele vznikají tak vysoké časově proměnlivé síly, které by byly schopny rozkmitat motor i s převodovkou. Výpočet uvedený v Příloha M - 1 dokazuje, že síly jsou závislé na úhlu mezi hřídelemi β , což v tomto případě způsobuje, že velikost axiálních sil je velice nízká, taktéž měření vibrací ukazuje, že dominantní vibrace v axiálním směru jsou způsobovány pravděpodobně motorem. Velikost radiálních sil dosahuje poměrně vysokých hodnot. Jejich časová proměnlivost není moc velká a je přímo úměrná nerovnoměrnosti chodu. Řádově se hodnota radiálních sil mění v rozmezí ± 200 N. Na první pohled je tato změna zanedbatelná, ale představím-li si, že se jedná o nevyváženost o hmotnosti přibližně 20 kg s otáčkami 180 min⁻¹ (otáčky kardanové hřídele při jízdním režimu 3N1200) je tato hodnota zanedbatelná a lze předpokládat, že může mít vliv na vibrace. Tyto síly zřejmě nejsou schopny rozvibrovat celou soustavu motor + převodovka. Budou však schopny vybudit vibrace další části hnacího traktu, která se bude projevovat např. v kabině řidiče. Kterou část hnacího traktu jsou tyto síly schopny vybudit, se nepodařilo v rámci této diplomové práce určit.

Na základě výpočtů a analýz, které byly provedeny, je možné říci, že kardanová hřídel není tím hlavním prvkem hnacího traktu, který způsobuje vibrace. Spíše lze předpokládat, že kardanová hřídel v této zástavbě je schopna vybudit vibrace další části hnacího traktu, které se poté projevují na vozidle. Tomu nasvědčuje i skutečnost, že velikost vlastních frekvencí kardanové hřídele je mnohonásobně vyšší, než jsou frekvence provozní. To znamená, že nedochází k rezonanci. Úhly mezi hřídelemi β jsou velice malé. Z tohoto důvodu je i nerovnoměrnost chodu velice malá a časová proměnlivost radiálních a axiálních sil je také nízká, ale ne zanedbatelná. Otázkou zůstává, jakým způsobem se ve skutečnosti projeví daná amplituda axiálních a radiálních sil. Právě proto by bylo vhodné provést měření vibrací samotné kardanové hřídele na měřícím zařízení. Vhodné by také bylo zkoumat, jaký vliv bude mít na vibrace časový průběh budícího momentu motoru. Provedení tohoto experimentu bylo nad rámec této diplomové práce, zvláště

pak z tohoto důvodu, že měřicí zařízení dostupné ve firmě Tatra Trucks a.s. je určeno pro dlouhé kardanové hřídele, tudíž by bylo nutné takové zařízení nově zkonstruovat.

Na základě modálních analýz lze říci, že s délkou kardanové hřídele se budou vibrace zvyšovat, a to zejména vlivem ohybového kmitání. S délkou se budou také měnit úhly mezi hřídelemi β , tím dojde také ke změně silových poměrů v křížovém kloubu. Taktéž se bude měnit poloha uložení motoru a převodovky.

Dále je nutné brát v úvahu, že na stejných frekvencích, na kterých se vyskytuje kardanová hřídel, se vyskytují i další části hnacího traktu. Na stejných otáčkových frekvencích se nalézají vstupní hřídel v přídatném převodu a výstupní hřídel z převodovky. Vstupní hřídel přídatného převodu a na ní uložené ozubené kolo nemá vliv na vibrace. K tomuto názoru jsem dospěl již při vyhodnocování vibrací. Zajímavý je ale výstup z převodovky. Dle katalogu výrobce převodovky se nachází na výstupu planetová převodovka se šikmým ozubením. Podle názoru oslovených akademických pracovníků na Vysoké škole báňské jsou planetové převodovky velice náchylné na vibrace a jejich odhalení je poměrně obtížné.

Dále byla provedená zjednodušená experimentální modální analýza. Při této analýze bylo zvoleno volné uložení hřídele. To znamená, že hřídel byla uložena na pěnových podložkách, které ležely na zemi. Následně byla hledána optimální poloha referenčního bodu tzn. poloha akcelerometru. Bylo vyzkoušeno několik poloh (na kříži, na unašeči, posuvné části apod.) avšak nejlepší odezva byla v bodě, který je zobrazen na obr. 6.13. Tato poloha není úplně vhodná, protože se v tomto místě nachází uzlový bod, ale odezva byla v tomto bodě ideální. Z těchto důvodů jsem si mohl tuto odchylku dovolit. Poté byly vyznačeny na hřídeli body na kterých probíhalo buzení rázovým kladívkem. V každém bodě došlo k pěti úderům. Následně systém vyhodnotil naměřené hodnoty. Vlastní tvary odpovídají výsledkům získaných pomocí MKP analýzy. Hodnoty vlastních frekvencí jsou poněkud nižší než hodnoty získané pomocí MKP. To je způsobeno tím, že MKP výpočet nepředpokládá tlumení. V jednom směru jsou hodnoty podstatně nižší. To je způsobeno tím, že buzení neprobíhalo kolmo k podlaze, ale rovnoběžně s rovinou podlahy. To znamená, že hřídel měla v tu chvíli menší tuhost. Také mohlo dojít k pohybu hřídele na podložce. To lze vidět i z odezvových funkcí viz Obr. 6.6 a Obr. 6.9, kde při nízkých frekvencích lze vidět špičky. Na Obr. 6.9 lze vidět, že vlastní frekvence a tvary jsou při čtvrtém módu výrazně utlumeny (v oblasti přibližně kolem 700 Hz nejsou žádné špičky).

V závěru této práce se věnuji sestrojení amplitudové charakteristiky z výpočtového modelu pro torzní kmitání a z výpočtového modelu určeného pro analýzy v programu ANSYS, ze které lze opět vidět, že rezonance nastává při značně vyšších frekvencích, než jsou frekvence provozní.

9. Seznam použité literatury

- [1] VLK, František. *Převodová ústrojí motorových vozidel*. 2. vyd. Brno: František Vlk, 2003. ISBN80-239-0025-0. s. 353-365
- [2] BRÁT, Vladimír, Pavel LEDERER a Stanislav STEJSKAL. *Kinematika*. Praha, 1986. Vysokoškolská skripta. České vysoké učení technické v Praze. s. 164-167
- [3] PODEŠVA, Jiří. *Kinematika: soubor přednášek*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita, 2001. ISBN 80-7078-880-1.
- [4] *Naftové motory čtyřdobé: určeno pro vývojové a projekční pracovníky, konstruktéry naftových motorů i technický dorost vysokých i vyšších technických škol*. 2. vyd. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1964. Řada strojírenské literatury.
- [5] HEBNAR, T. *Hnací ústrojí nákladního vozidla 8x8*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 123 s. Vedoucí diplomové práce: prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.
- [6] HUSAR, T. *Měření vibrací na obráběcích strojích*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 43 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Jan Vetiška, Ph.D..
- [7] VESALI, Farzad, Mohammad ALI REZVANI a Mohammad KASHFI. Dynamics of universal joints, its failures and some propositions for practically improving its performance and life expectancy. *Journal of Mechanical Science and Technology*. © The Korean Society of Mechanical Engineers and Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2012, 2012, 26, 2439-2449. DOI: 10.1007/s12206-012-0622-1. ISSN 1738-494X (Print) 1976-3824 (Online).

Internetové zdroje

- [8] *UNIVERSAL JOINT* [online]. 2017. [cit. 201-11-10]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Universal_joint
- [9] *TORQUE AND JOINT ANGLE COLLECTIVE FOR DRIVESHAFTS* [online]. Copyright ©E [cit. 16.01.2018]. Dostupné z: <https://pdfs.semanticscholar.org/c297/6f72db52adac104f64f857c90cdefbadc690.pdf>
- [10] *VÝPOČTY A KONSTRUKCE STROJNÍCH DÍLŮ* [online]. Copyright © [cit. 16.01.2018]. Dostupné z: https://www.fs.vsb.cz/export/sites/fs/347/.content/files/predmety/hav35/Prednasky_Va_KSD_od_2017.pdf
- [11] *HISTORY BEHIND THE UNIVERSAL JOINT | Machine Service, Inc. Machine Service Inc (MSI) specializes in mechanically powered industrial, marine and vehicle drive shafts / power transmissions*. [online]. Copyright © All Rights Reserved [cit. 12.11.2017]. Dostupné z: <http://www.machineservice.com/products/universal-joints/history-behind-the-universal-joint/>
- [12] *GYROCOMPASS* [online]. 2017 [cit. 201-11-12]. Dostupné z: <https://en.wikipedia.org/wiki/Gyrocompass>
- [13] *CHRONOMETR*. [online]. 2017 [cit. 201-11-12] Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Chronometr>
- [14] *LOWLEVEL – SPOJOVACÍ A KLOUBOVÉ HŘÍDELE* [online]. Copyright © [cit. 14.11.2017]. Dostupné z: http://www.lowlevel.cz/log/files/04_Hridele.pdf
- [15] *Dana launches seventh axle ratio, driveshaft in support of downspeeding. Fleet Management News & Business Info | Commercial Carrier Journal* [online]. Copyright © [cit. 08.05.2018]. Dostupné z: <https://www.ccjdigital.com/dana-launches-seventh-axle-ratio-driveshaft-in-support-of-downspeeding/>

- [16] *APLIKOVANÝ MECHANIK JAKO SOUČÁST TÝMU KONSTRUKTÉRŮ A VÝVOJÁŘŮ: část VIBRAČNÍ DIAGNOSTIKA* [online]. Dostupné z: <http://projekty.fs.vsb.cz/147/ucebniopory/978-80-248-2755-1.pdf>
- [17] *6x6 UNIVERZÁLNÍ VŮZ PRO VYVÁŽENÍ A PŘEPRAVU DŘEVA :: Tatra.cz. TATRA VÁS DOSTANE DÁL* [online]. Dostupné z: <http://www.tatra.cz/nakladni-automobily/odvetvovy-katalog/lesnictvi/dalsi-vozy/6x6-univerzalni-vuz-pro-vyvazeni-a-prepravu-dreva-5/>
- [18] *DEWE 43* [online]. Dostupné z: <http://www.dewetron.cz/produkty/merici-systemy-dewesoft/dewe-43/>
- [19] *PETR KULHÁNEK: CVÁLAJÍCÍ GERTRUDA, ANEB KDYŽ PADÁ MOST. ALDEBARAN HOMEPAGE* [online]. Copyright © Copyright Aldebaran Group for Astrophysics [cit. 26.01.2018]. Dostupné z: http://www.aldebaran.cz/bulletin/2017_23_tac.php
- [20] *KMITÁNÍ KLIKOVÝCH HŘÍDELŮ* [online]. Copyright © [cit. 26.01.2018]. Dostupné z: http://old.kvm.tul.cz/studenti/texty/PSM/PSM_11.pdf
- [21] *DISKRÉTNÍ FOURIEROVA TRANSFORMACE* [online]. Copyright © [cit. 01.02.2018]. Dostupné z: <http://apfyz.upol.cz/ucebnice/down/mini/fourtrans.pdf>
- [22] *APLIKOVANÝ MECHANIK JAKO SOUČÁST TÝMU KONSTRUKTÉRŮ A VÝVOJÁŘŮ: část MODÁLNÍ ZKOUŠKY* [online]. Dostupné z: https://www.fs.vsb.cz/export/sites/fs/330/.content/files/BilosovaAlena_EMAskripta.pdf

Firemní literatura

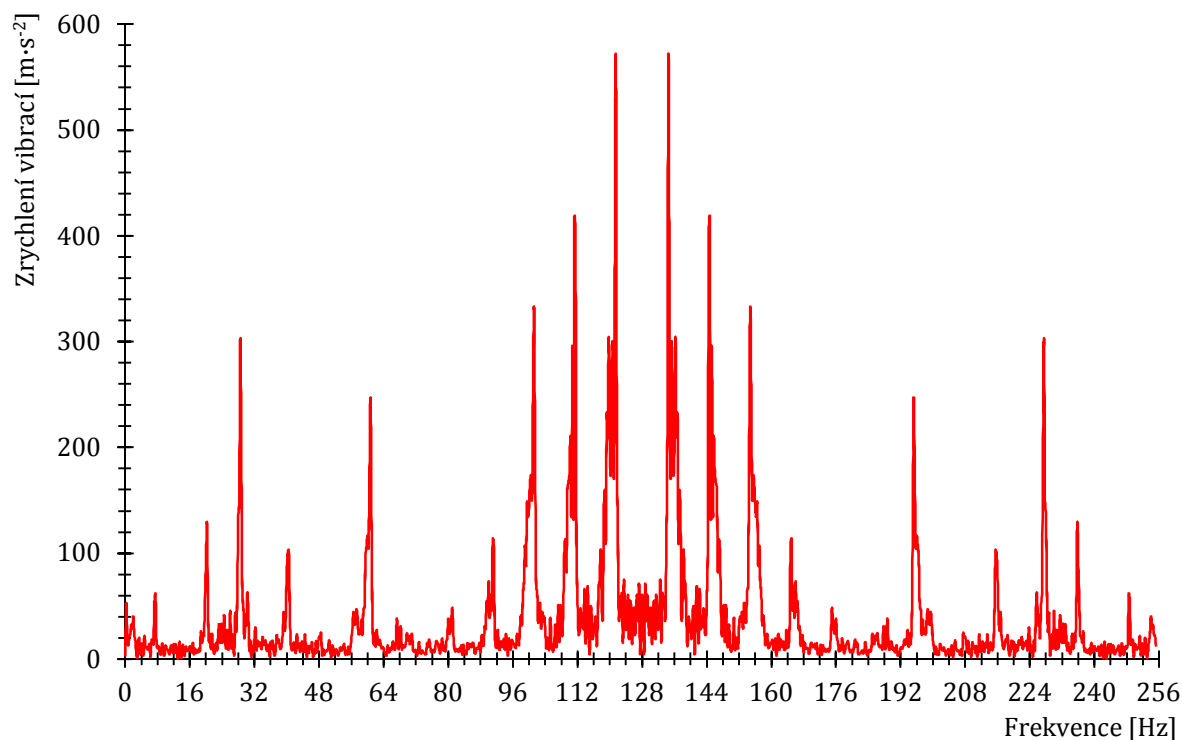
- [23] *TATRA TRUCKS a.s. Opakované měření vibrací převodu na lesovozeu T158-8P5R33/391(fa. BELCAM MORAVA s.r.o.) – porovnání původní a nové příčky nad převodem. Kopřivnice: Tatra trucks a.s., 2015*
- [24] *DANA SPICER DRIVERSHAFT EUROPE. Driveshaft's for Commercial Vehicles (Gelenkwellen für den Fahrzeugbau). Spicer Compact 2000.* [cit. 1.4.2018]

10. Seznam příloh

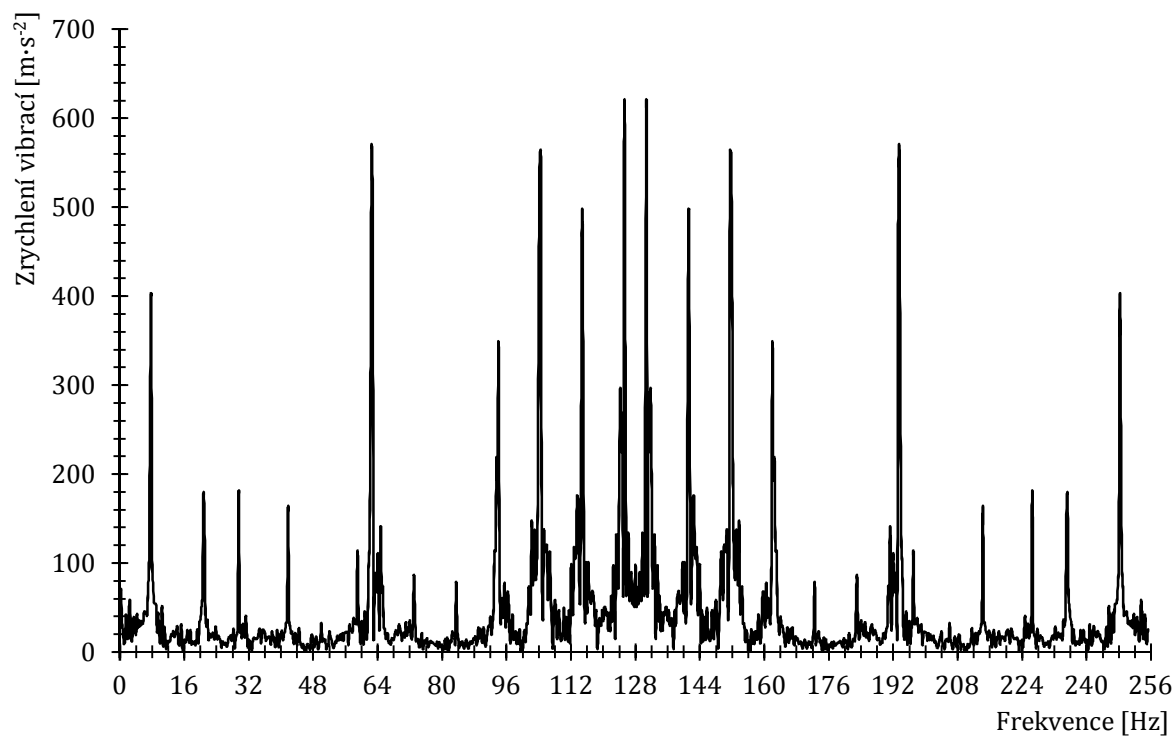
A.	Frekvenční spektrum na převodu s novou a starou příčkou – převod 3N1200	70
A2.	Frekvenční spektrum na příčce s novou a starou příčkou – převod 3N1200	74
B.	Frekvenční spektrum na sedačce s novou a starou příčkou – převod 3N1200	77
C.	Frekvenční spektrum na rámu s novou a starou příčkou – převod 3N1200	80
D.	Frekvenční spektrum na převodu s novou a starou příčkou – převod 4R1700	83
D2.	Frekvenční spektrum na příčce s novou a starou příčkou – převod 4R1700	86
E.	Frekvenční spektrum na sedačce s novou a starou příčkou – převod 4R1700	89
F.	Frekvenční spektrum na rámu s novou a starou příčkou – převod 4R1700	92
G.	Srovnání frekvenčních spekter na rámu s novou a starou příčkou – 3N1200	95
H.	Srovnání frekvenčních spekter na převodovce s novou a starou příčkou – 4R1700	97
I.	Hodnoty vlastních frekvencí v závislosti na délce hřídele	99
J.	Směry deformací při vlastních frekvencích	100
K.	Nerovnoměrnost chodu při reálných otáčkách kardanové hřídele	102
L.	Náhradní torzní soustava	103
M.	Síly působící na ložiska křížového kloubu	110
N.	Amplitudová charakteristika v závislosti na délce redukované hřídele	115
O.	Výpočet ekvivalentních otáček motoru pro vyhodnocení naměřených vibrací	116

A. Frekvenční spektrum na převodu s novou a starou příčkou – převod 3N1200

Ve směru osy Z



Příloha A - 1 - Nová příčka – zrychlení vibrací ve směru osy Z

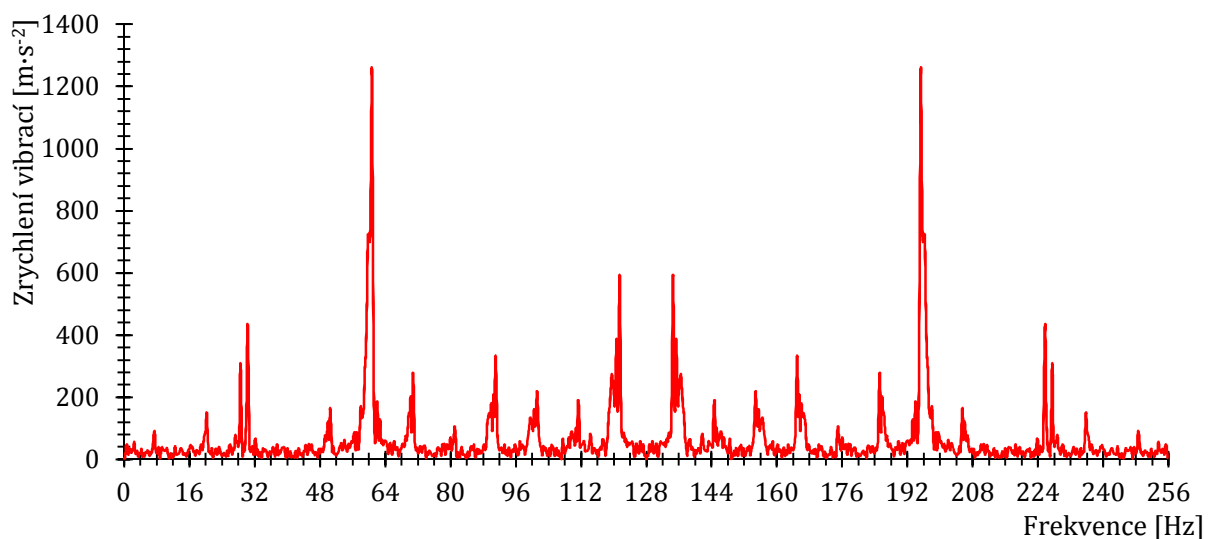


Příloha A - 2 – Stará příčka – zrychlení vibrací ve směru osy Z

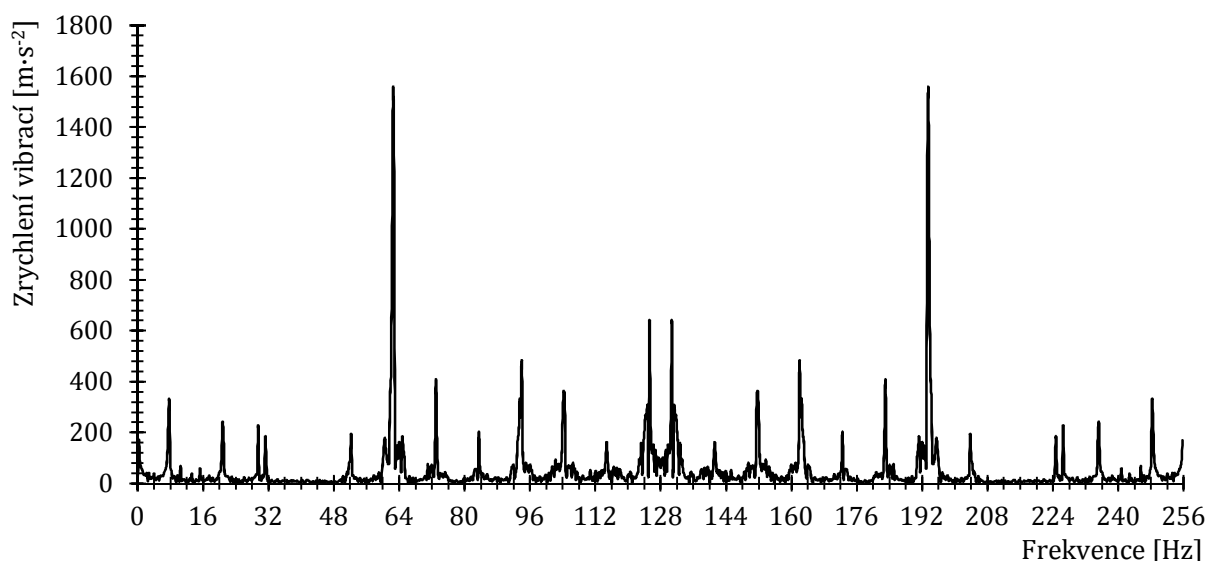
- 7,25 Hz – druhá harmonická frekvence kardanové hřídele
- 20,25 Hz – Frekvence otáčení motoru
- 28,5 Hz – Neidentifikováno – Může být výstup z rozvodovky a možná z přídavku
- 40,5 Hz – Druhá harmonická frekvence motoru
- 60,75 Hz – třetí harmonická frekvence motoru
- 91,25 Hz – Neidentifikováno
- 101,25 Hz – S určitou odchylkou 5-tá frekvence motoru
- 111,5 Hz – Neidentifikováno
- 121,5 Hz – 6x harmonická frekvence motoru
- 128 Hz – Vlastní frekvence něčeho

V oblasti 128-135 Hz, vlastní frekvence ozubených kol v přídavném převodu

Ve směru osy Y



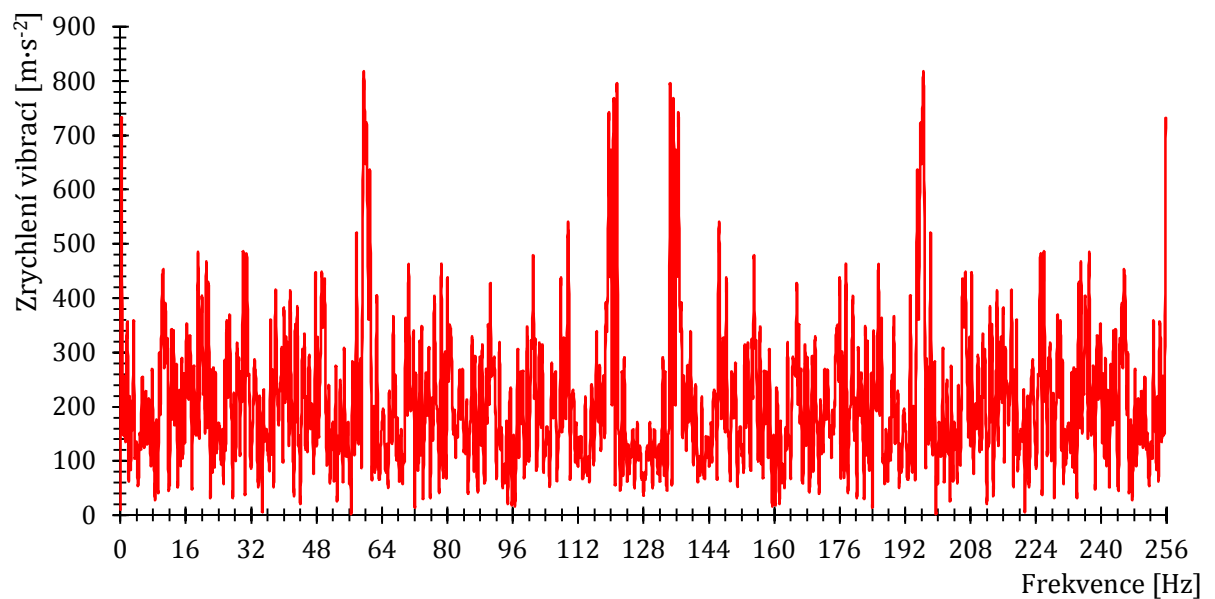
Příloha A - 3 – Nová příčka – zrychlení vibrací ve směru osy Y



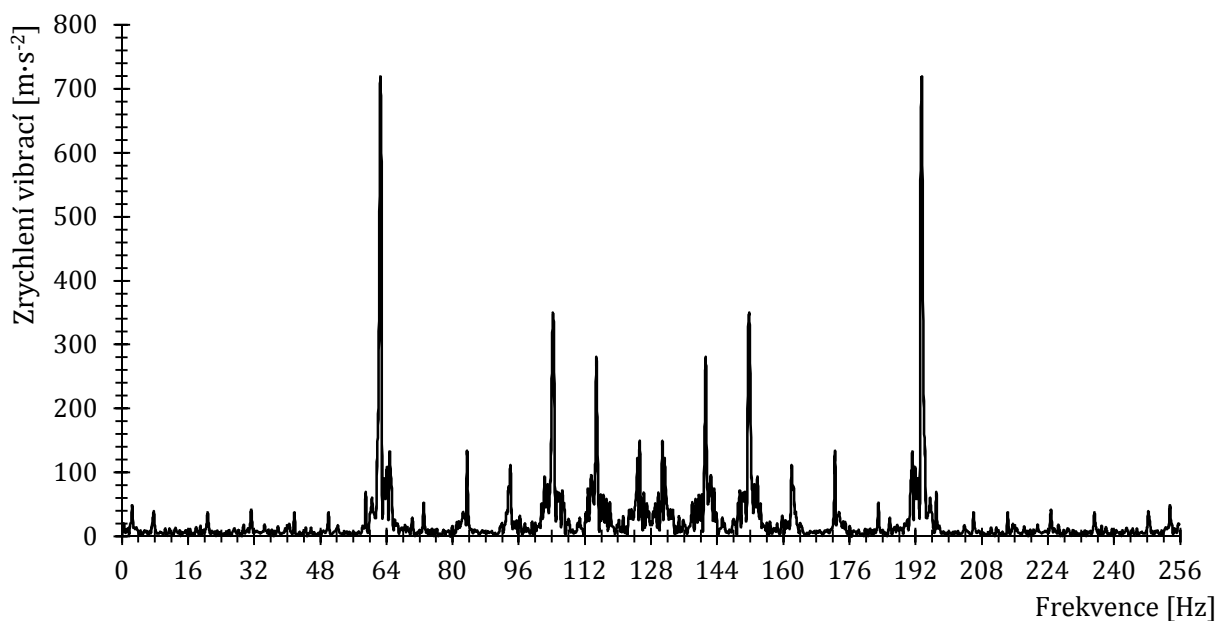
Příloha A - 4 - Stará příčka – zrychlení vibrací ve směru osy Y

- 7,25 Hz – druhá harmonická frekvence kardanové hřídele
- 20 Hz – frekvence otáčení motoru
- 28,5 Hz – Neidentifikováno
- 60,75 Hz – 3x harmonická frekvence motoru
- 70,75 Hz – Neidentifikováno
- 91 Hz – Neidentifikováno
- 121,5 Hz – 6x harmonická motoru
- Frekvence ozubeného kola přídatného převodu kolem 160 Hz
- Frekvence ozubeného kola rozvodovky kolem 38 Hz (dvojnásobek 76 Hz)

Ve směru osy X



Příloha A - 5 – Nová příčka – zrychlení vibrací ve směru osy X

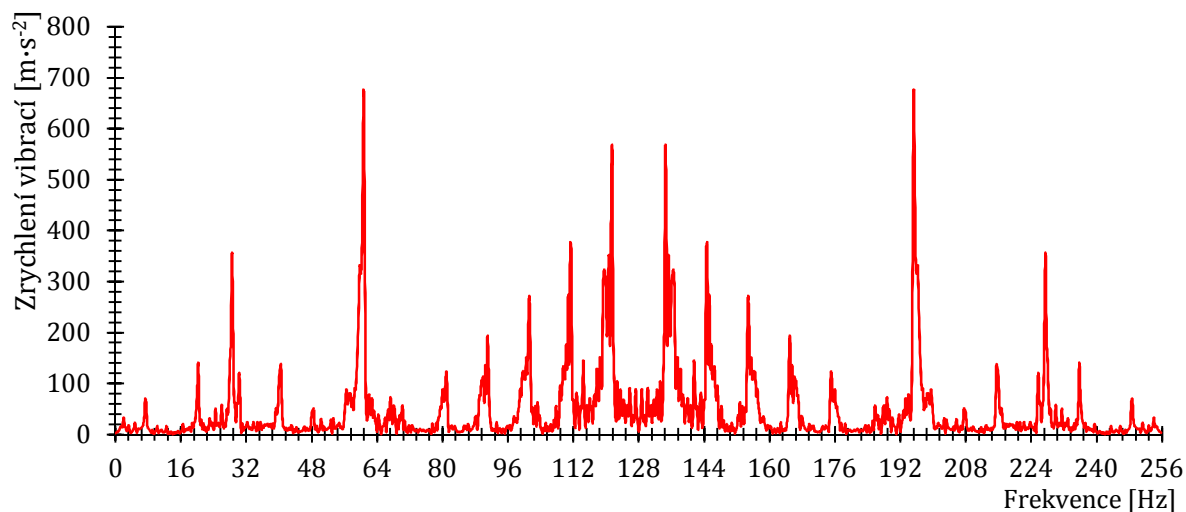


Příloha A - 6 – Stará příčka – zrychlení vibrací ve směru osy X

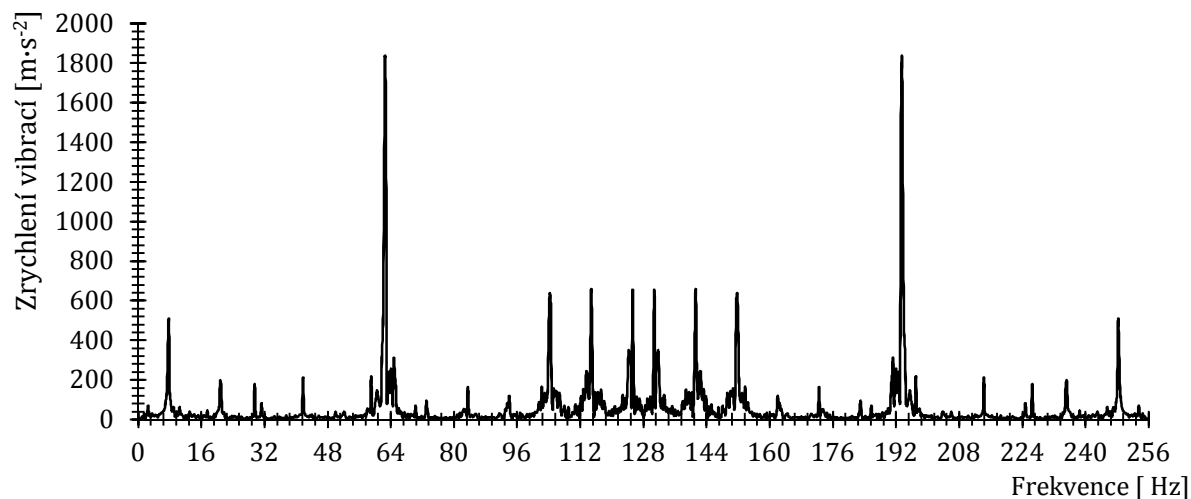
- 10,25 Hz – Neidentifikováno
- 30 Hz – Neidentifikováno
- 38 Hz – Výstup z rozvodovky
- 50 Hz – Neidentifikováno
- 59,5 - 60 Hz – třetí harmonická frekvence motoru
- 70,5 Hz – Neidentifikováno
- 76,75 Hz – Zřejmě druhá harmonická ozubených kol v rozvodovce
- 78,5 Hz – Neidentifikováno
- 90,5 Hz – Neidentifikováno
- 109,5 Hz – Neidentifikováno
- 120 - 121,5 Hz – šestá harmonická frekvence motoru

A2.Frekvenční spektrum na příčce s novou a starou příčkou – převod 3N1200

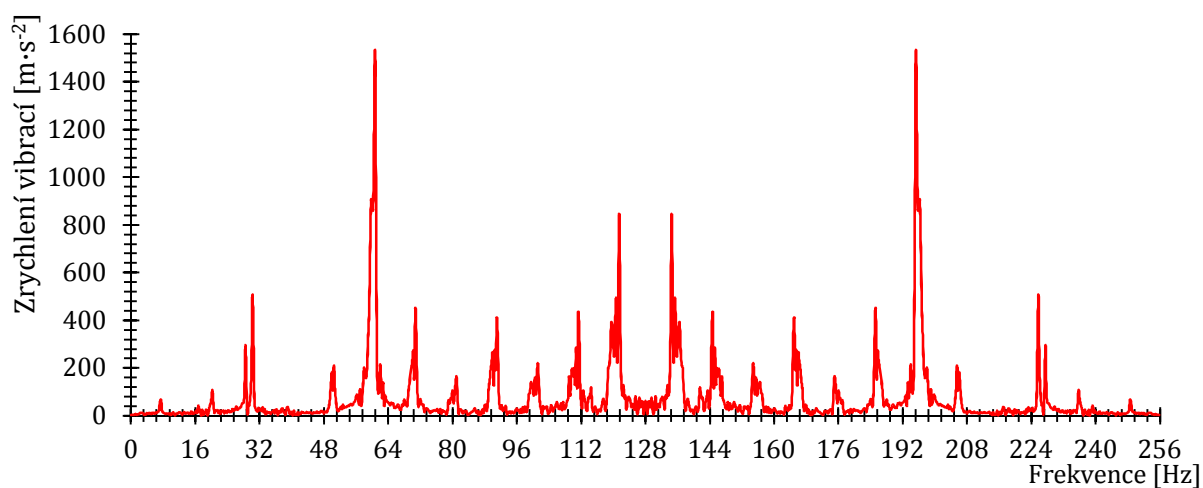
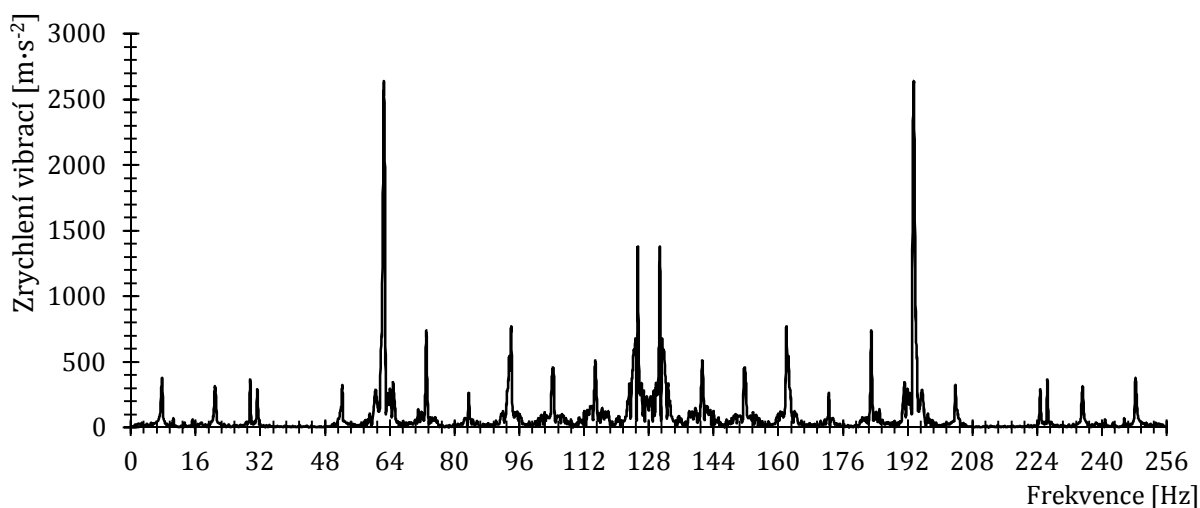
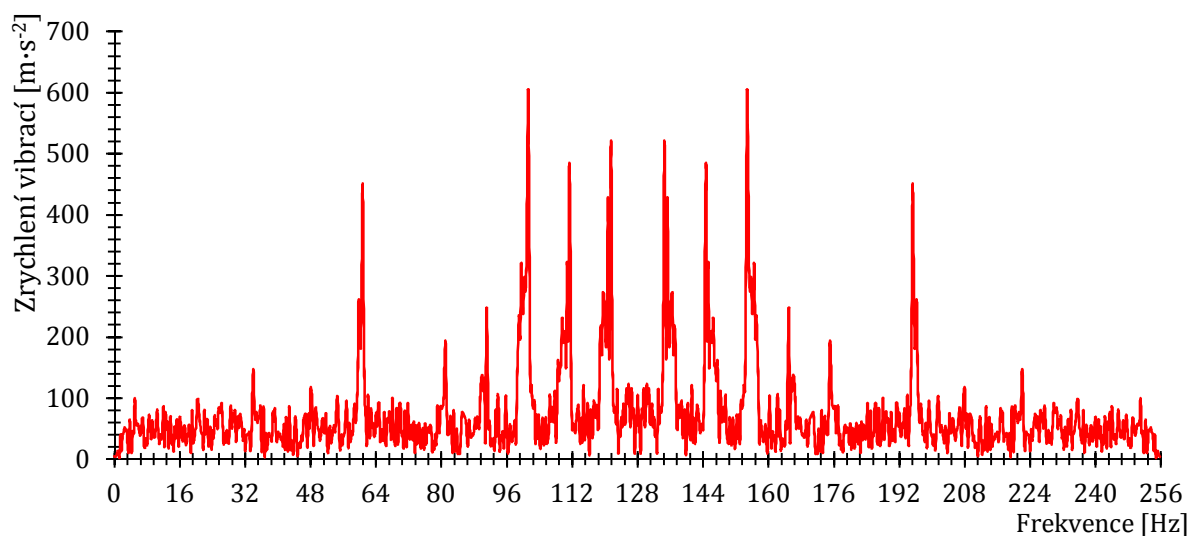
Ve směru osy X

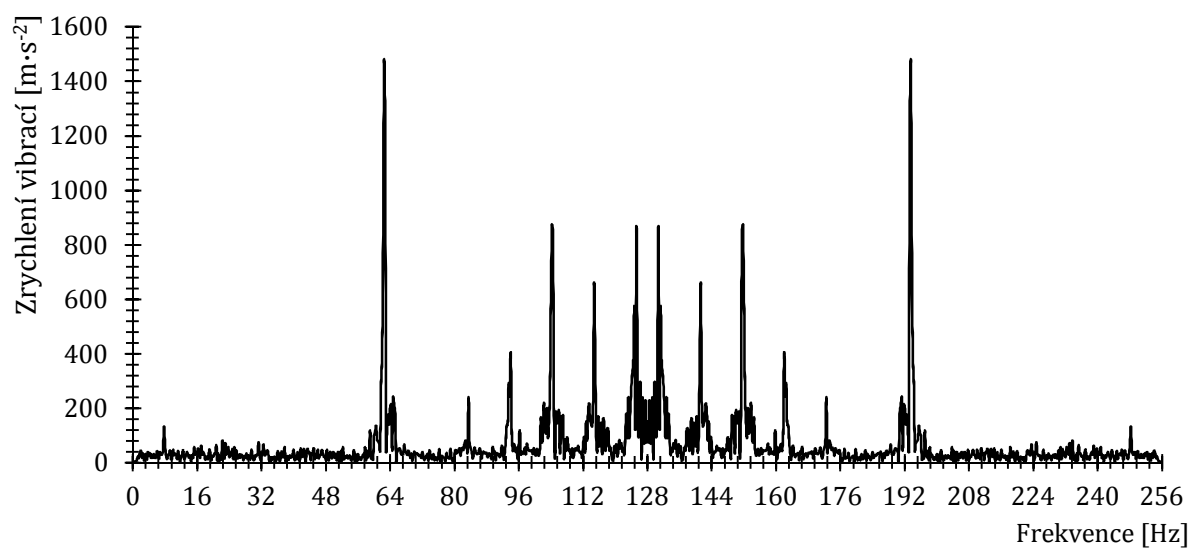


Příloha A2 - 1 – Nová příčka – zrychlení vibrací ve směru osy Z



Příloha A2 - 2 – Stará příčka – zrychlení vibrací ve směru osy Z

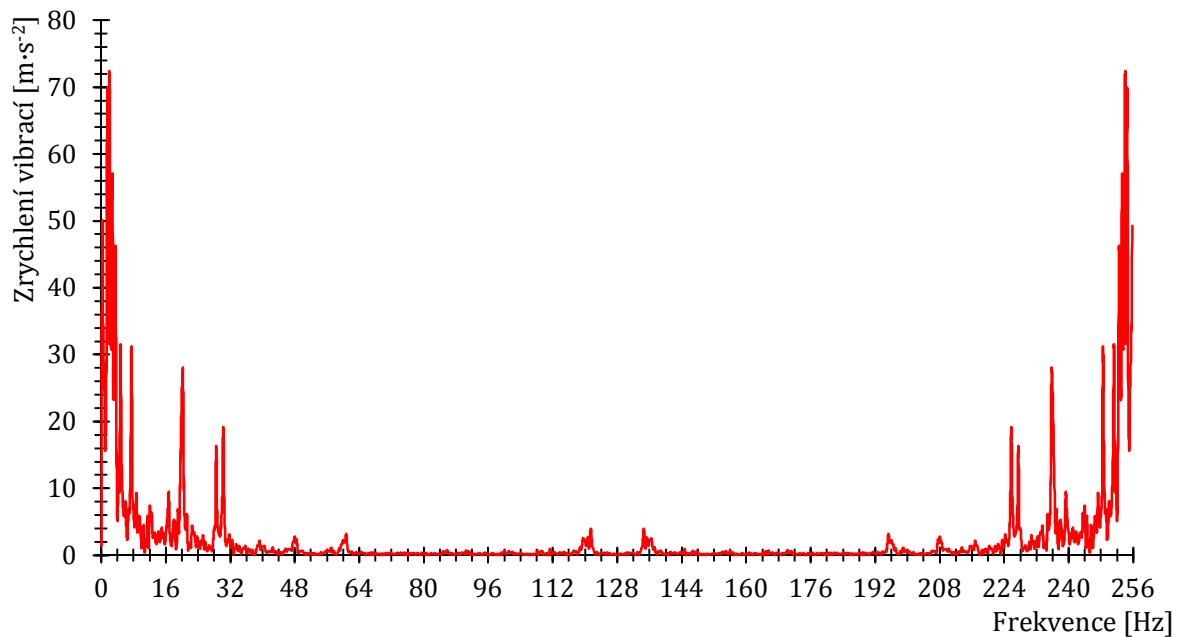
Ve směru osy Y*Příloha A2 - 3 – Nová příčka – zrychlení vibrací ve směru osy Y**Příloha A2 - 4 – Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Y***Ve směru osy X***Příloha A2 - 5 – Nová příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy X*



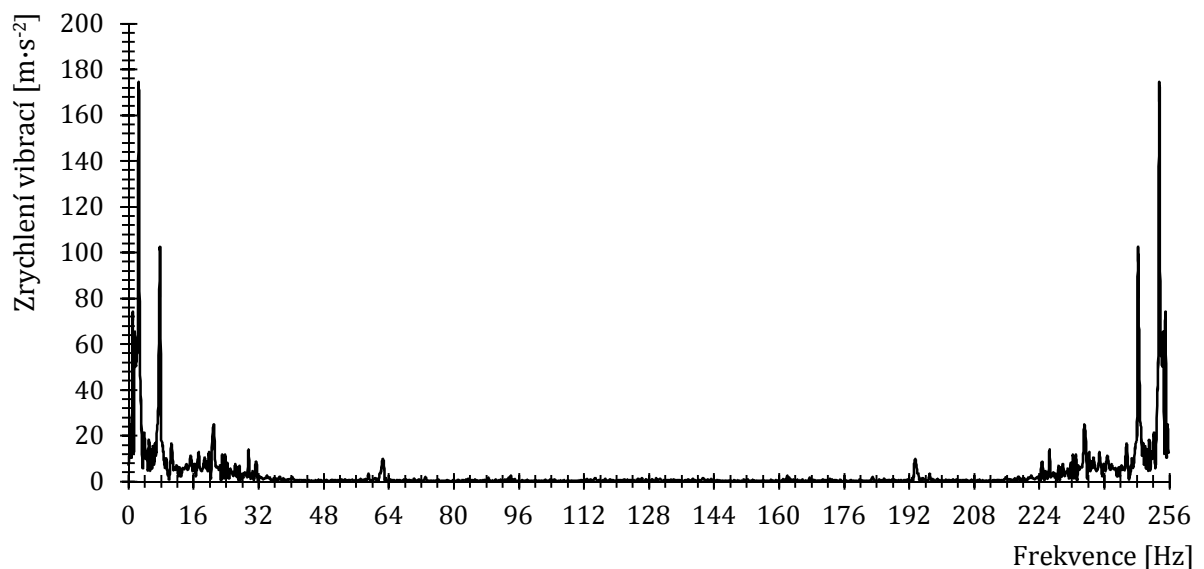
Příloha A2 - 6 – Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy X

B. Frekvenční spektrum na sedačce s novou a starou příčkou – převod 3N1200

Ve směru osy Z

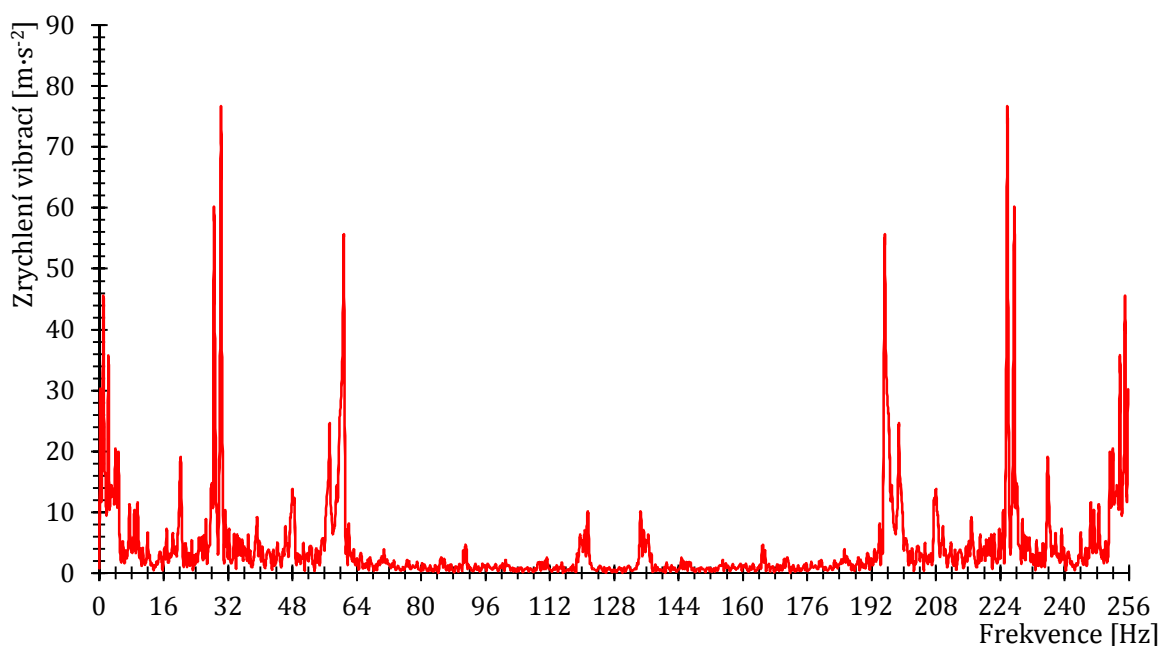
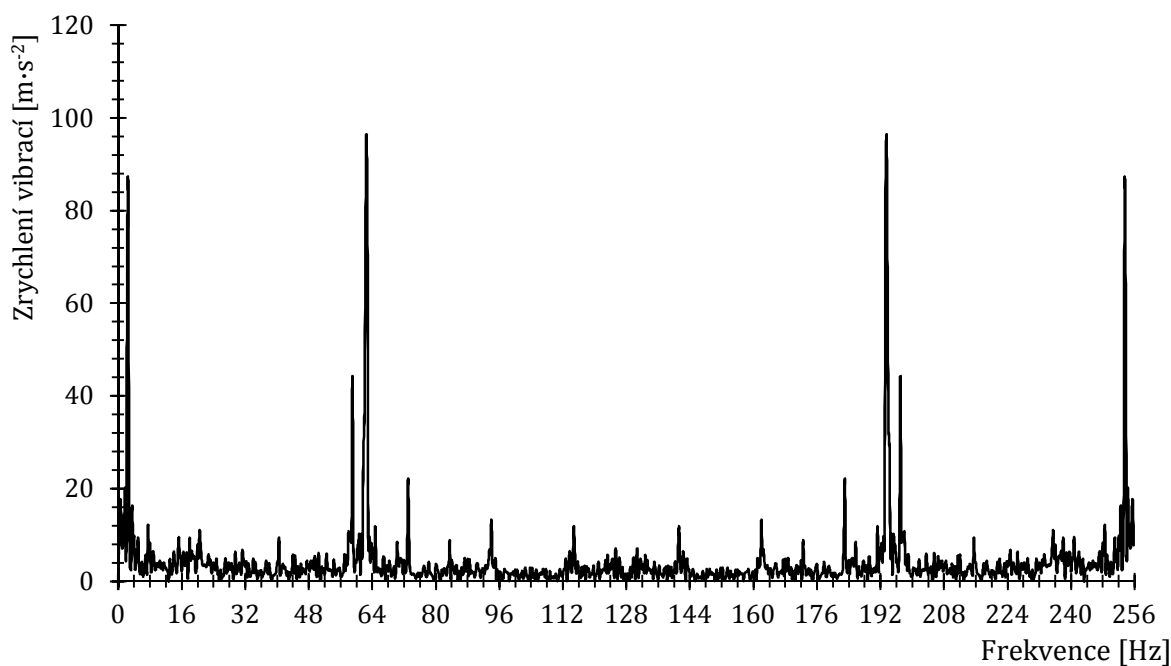


Příloha B - 1 – Nová příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Z

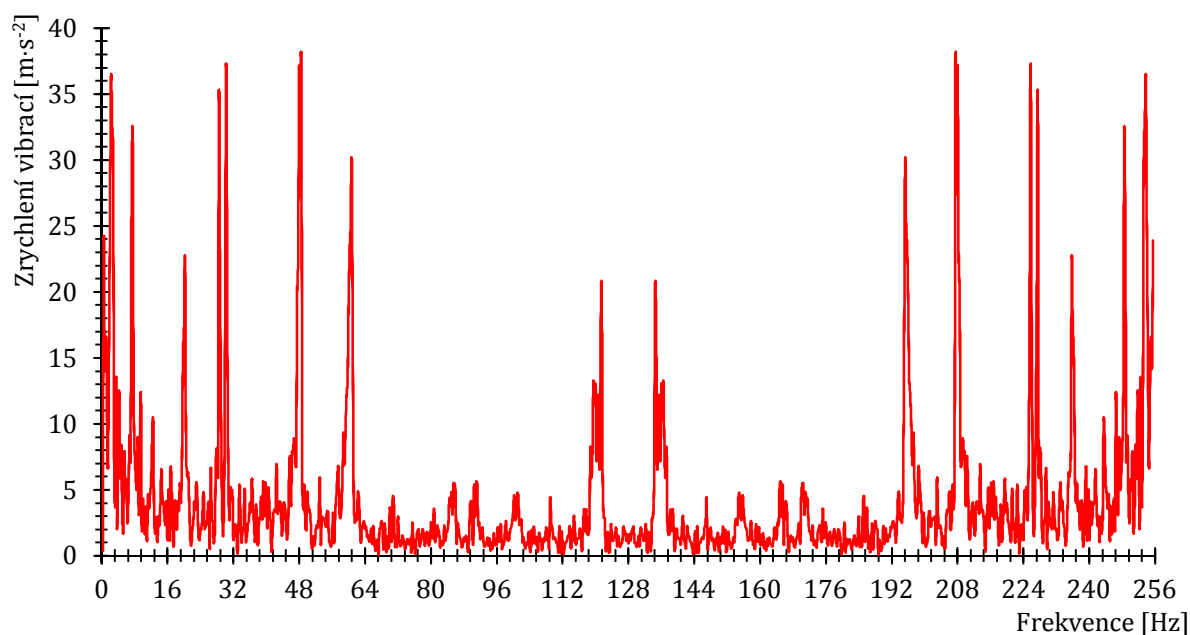
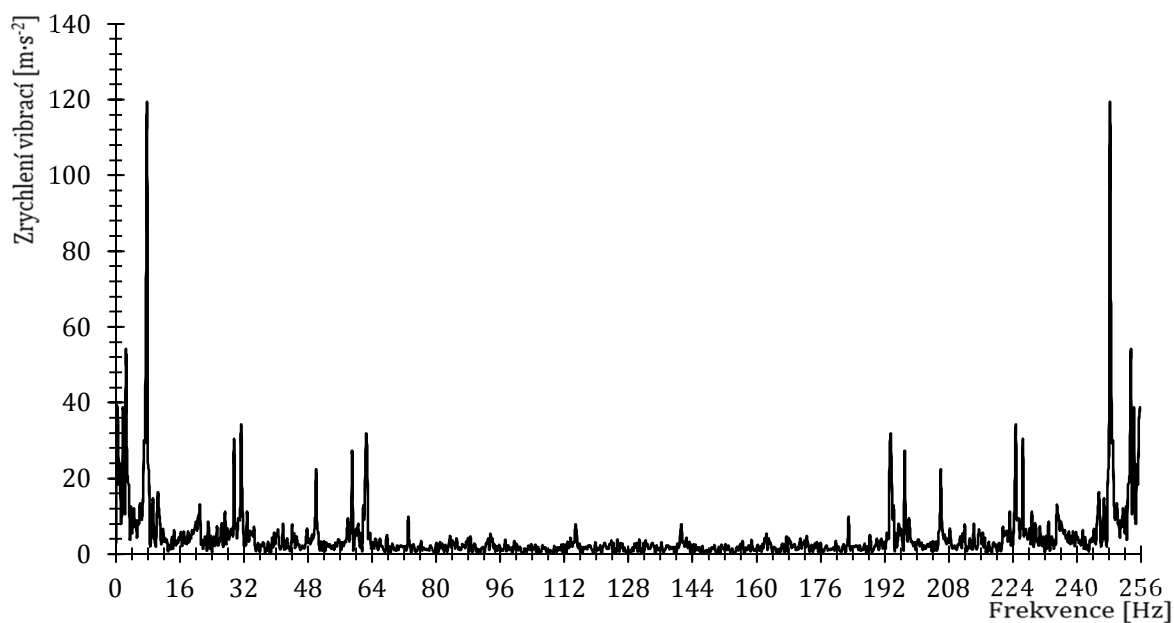


Příloha B - 2 – Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Z

- 2 Hz – Neidentifikováno. Frekvence se mění s otáčkami motoru. Lze předpokládat, že se jedná o člen hnacího traktu. – Mohlo by se jednat o výstup z přidavného převodu.
- 3,5 Hz – Frekvence otáček kardanové hřídele
- 7,5 Hz – Druhá harmonická frekvence kardanové hřídele
- 20,25 Hz – frekvence otáčení motoru
- 28,5 Hz – Neidentifikováno
- 30,25 Hz – Neidentifikováno.

Ve směru osy Y*Příloha B - 3 – Nová příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Y**Příloha B - 4 – Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Y*

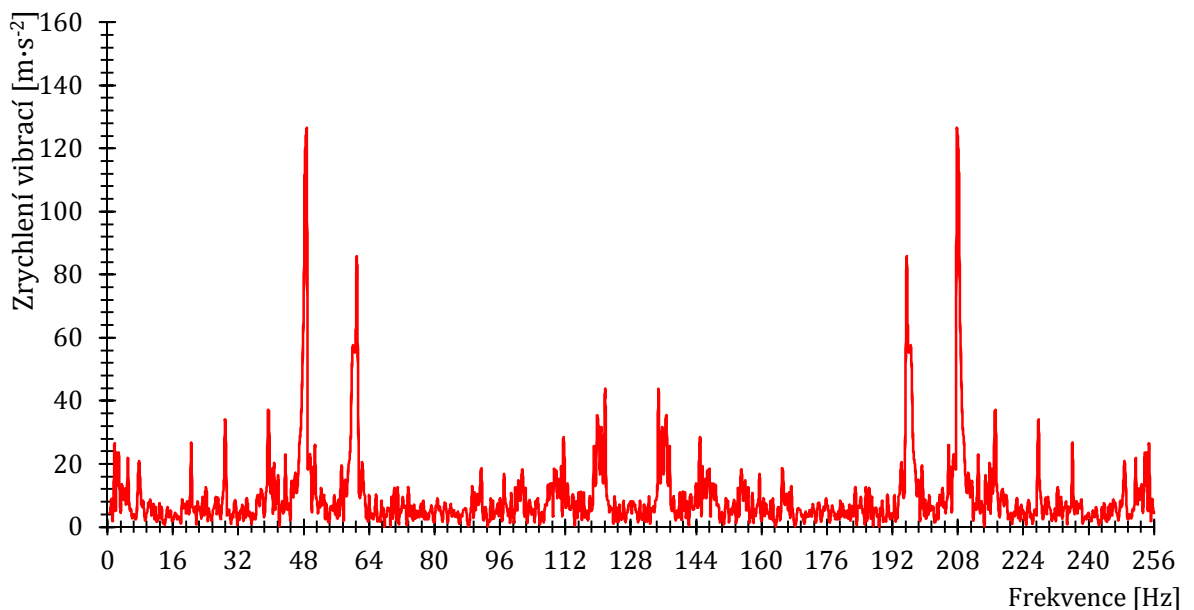
- 1 Hz – Neidentifikováno. Může se jednat o výstup z rozvodovky.
- 2,25 Hz – Neidentifikováno. Mění se s otáčkami motoru – při vyšších otáčkách bezvýznamný
- 7,5 Hz – Druhá harmonická frekvence kardanové hřídele
- 20 Hz – Frekvence otáčení motoru.
- 28,5 Hz – Neidentifikováno
- 30,25 Hz – Neidentifikováno
- 60,75 Hz – Třetí harmonická frekvence motoru

Ve směru osy X*Příloha B - 5 – Nová příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy X**Příloha B - 6 – Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy X*

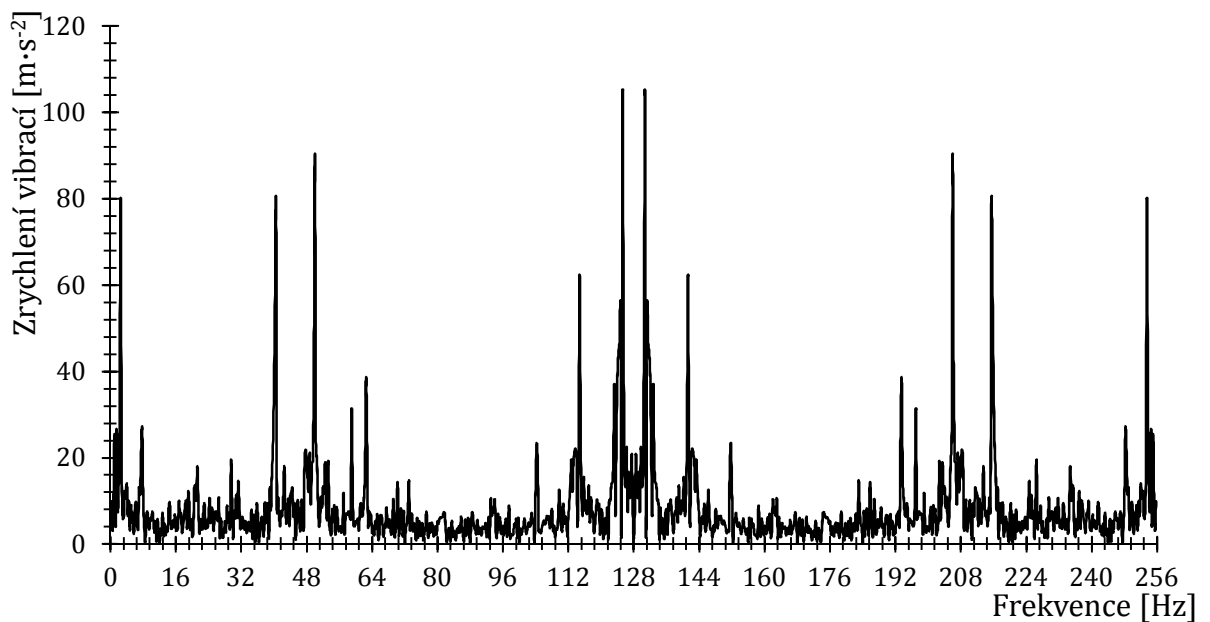
- 2,25 Hz – Neidentifikováno
- 7,5 Hz – Druhá harmonická frekvence kardanové hřídele
- 20,25 Hz – Frekvence otáčení motoru
- 28,5 Hz – Neidentifikováno
- 30,25 Hz – Neidentifikováno
- 48 Hz – Neidentifikováno
- 60,75 Hz – Třetí harmonická frekvence otáčení motoru

C. Frekvenční spektrum na rámu s novou a starou příčkou – převod 3N1200

Ve směru osy Z

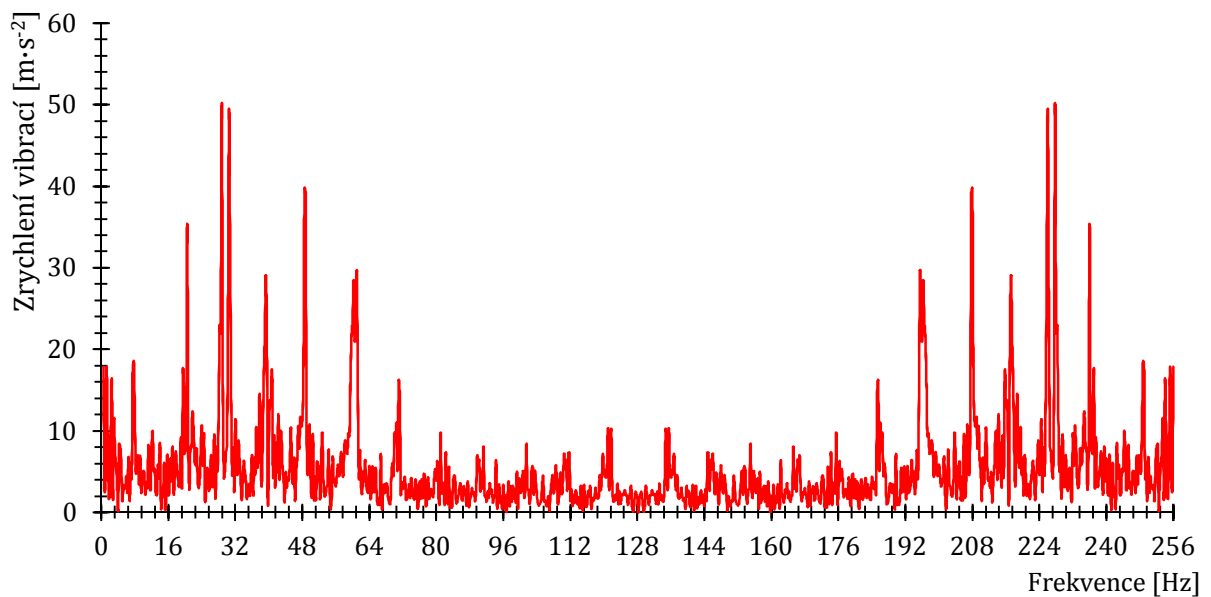
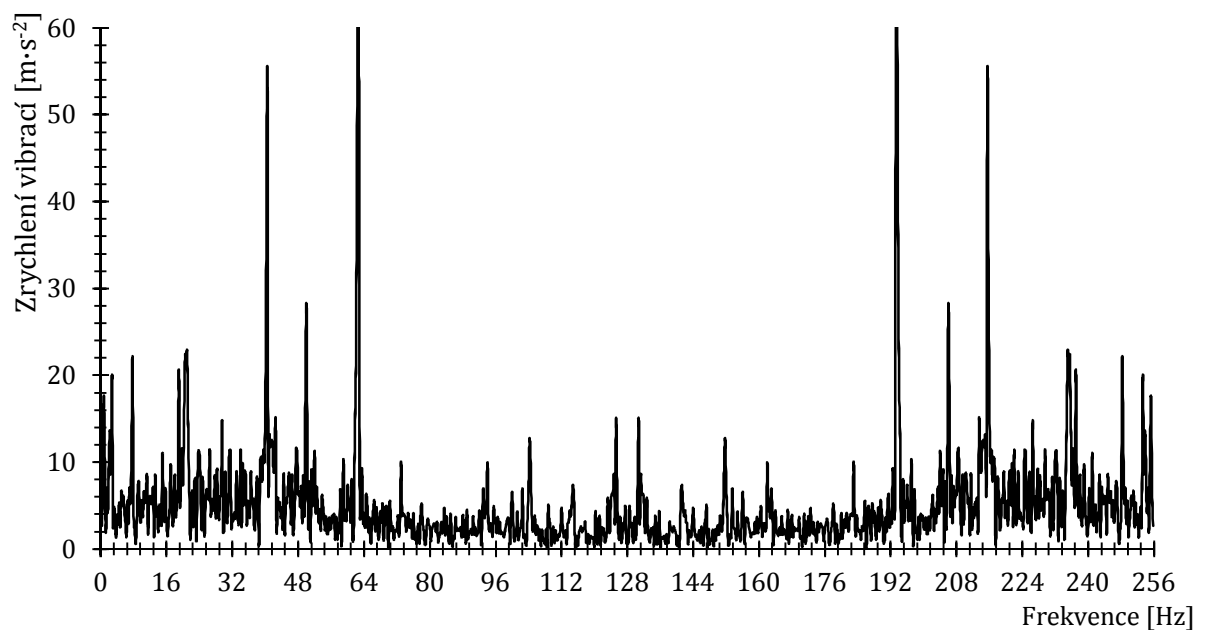


Příloha C - 1 - Nová příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Z

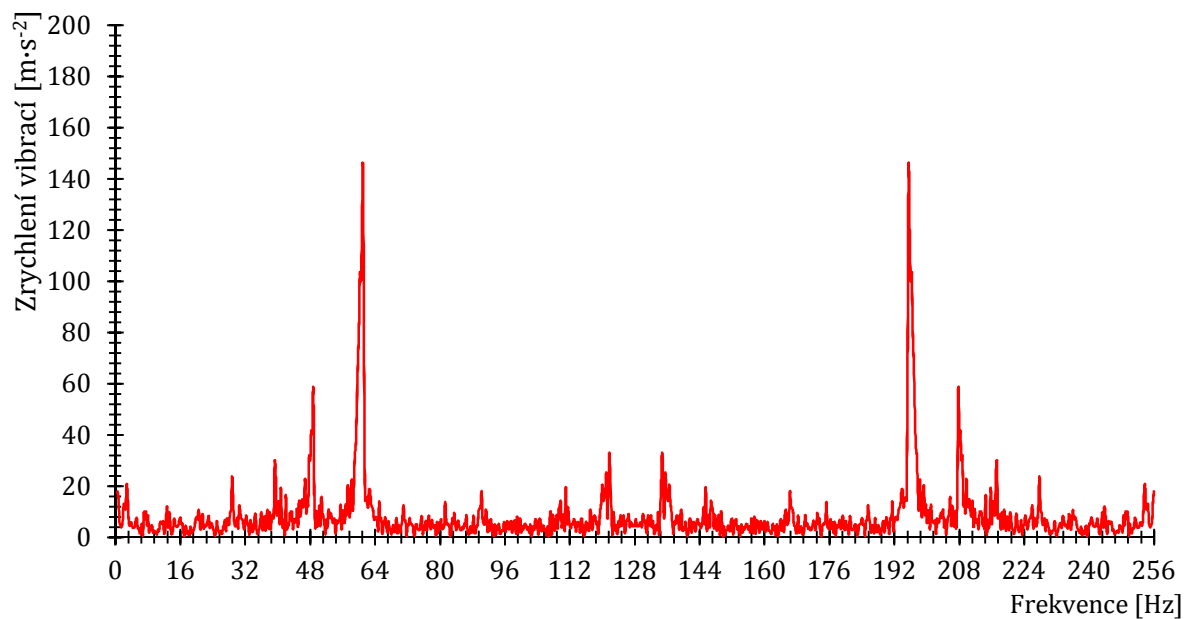
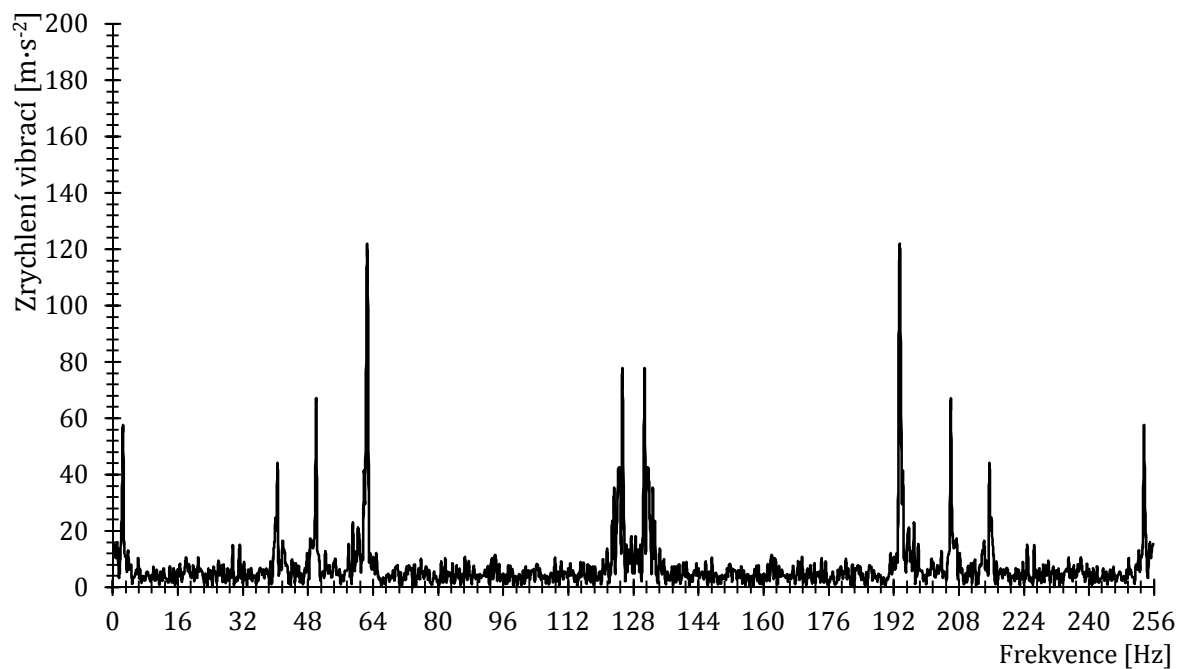


Příloha C - 2 – Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Z

- 7,5 Hz – Druhá harmonická frekvence kardanové hřídele.
- 20,25 Hz – Frekvence otáčení motoru.
- 28,5 Hz – Neidentifikováno
- 39 Hz – Druhá harmonická frekvence motoru (s určitou odchylkou)
- 48,5 Hz – Může se jednat o třináctou frekvenci kardanové hřídele.
- 60,75 Hz – Třetí harmonická frekvence motoru.
- 114,75 Hz – Neidentifikováno

Ve směru osy Y*Příloha C - 3 – Nová příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Y**Příloha C - 4 - Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Y*

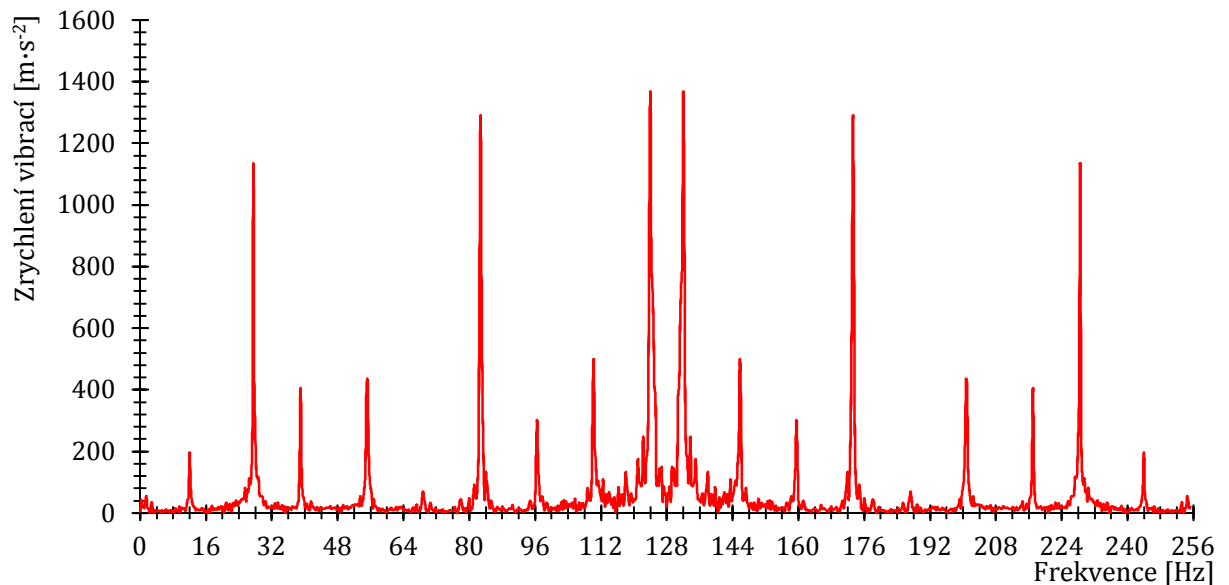
- 7,5 Hz – druhá harmonická frekvence kardanové hřídele.
- 20,25 Hz – frekvence otáčení motoru
- 28,5 Hz – neidentifikováno
- 39 Hz – druhá harmonická frekvence motoru nebo vlastní frekvence něčeho, nemění se s otáčkami.
- 48,5 Hz – neidentifikováno
- 60,75 Hz – třetí harmonická frekvence otáčení motoru.
- 70,75 Hz – neidentifikováno
- 80,75 Hz – čtvrtá harmonická frekvence otáčení motoru.

Ve směru osy X*Příloha C - 5 - Nová příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy X**Příloha C - 6 – Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy X*

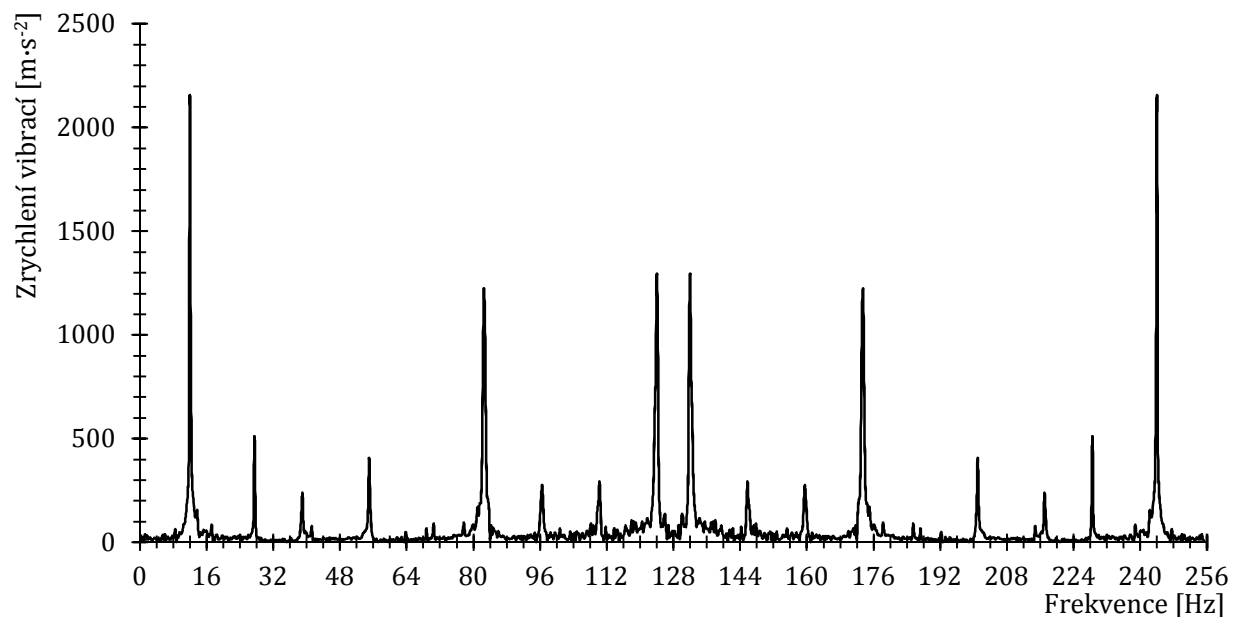
- 2,5 Hz – Neidentifikováno – (Může se jednat o otáčky na výstupu z přídav. přev.)
- 28,5 Hz – Neidentifikováno
- 39 Hz – Může být druhá harmonická frekvence motoru. Nebo vlastní frekvence neidentifikované člena hnacího traktu, protože vibrace se nemění s otáčkami
- 48,5 Hz – Neidentifikováno
- 60,75 Hz – Třetí harmonická frekvence otáčení motoru
- 120,75 Hz – Zřejmě se jedná o šestou harmonickou frekvenci motoru

D. Frekvenční spektrum na převodu s novou a starou příčkou – převod 4R1700

Ve směru osy Z



Příloha D - 1 – Nová příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Z

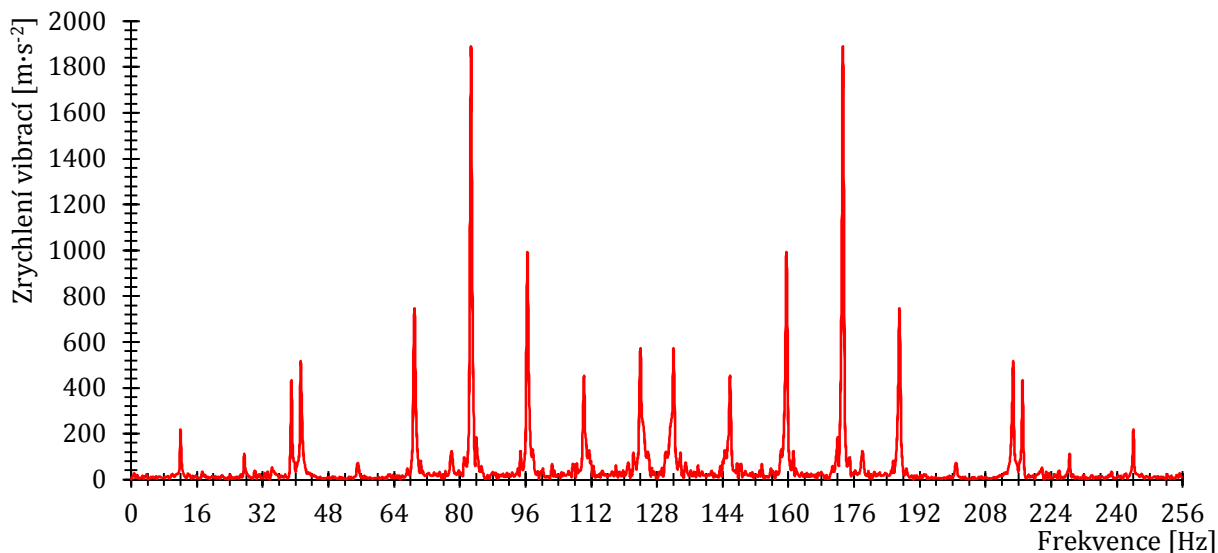


Příloha D - 2 – Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Z

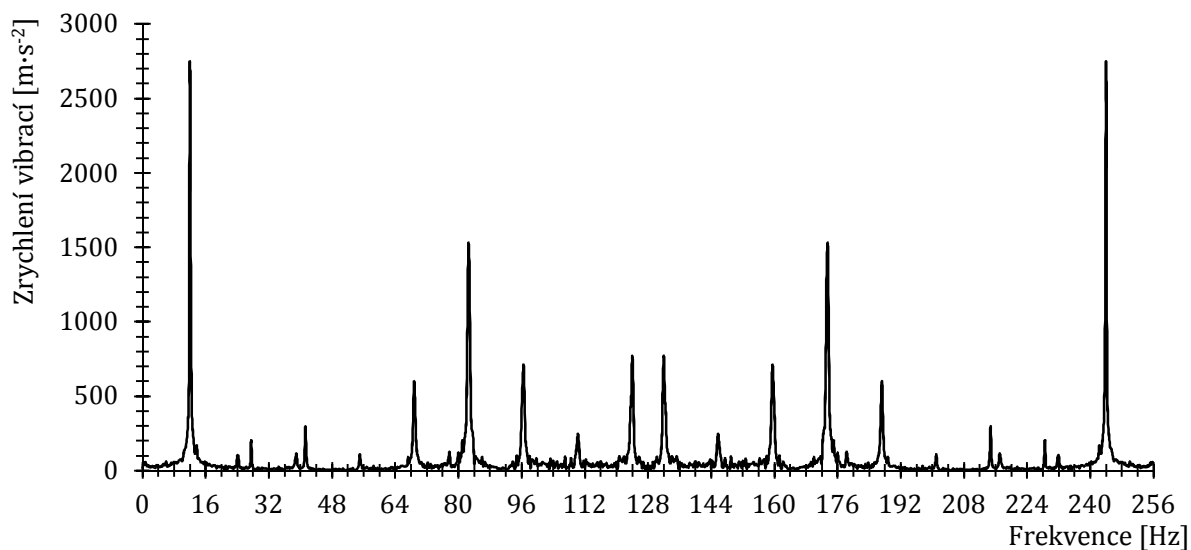
- 12 Hz – druhá harmonická frekvence kardanu
- 27,5 Hz – frekvence otáčení motoru
- 39 Hz – zřejmě vibrace způsobená otáčením nějakého členu hnacího traktu (hodnota 28,5 Hz z jízdy 3N1200 se změní v poměru otáček na tuto hodnotu)
- 55 Hz – 2x harmonická frekvence motoru
- 82,75 Hz – 3x harmonická frekvence motoru
- 96,5 Hz – Neidentifikováno

- 110,25 Hz – 4x harmonická motoru
- 124 Hz – Frekvence pastorku v kuželovém soukolí – rozvodovka
- 201 Hz – Neidentifikováno
- 217 Hz – 8 harmonická frekvence motoru (odchylka 1 Hz)
- 228,5 Hz – Neidentifikováno

Ve směru osy Y

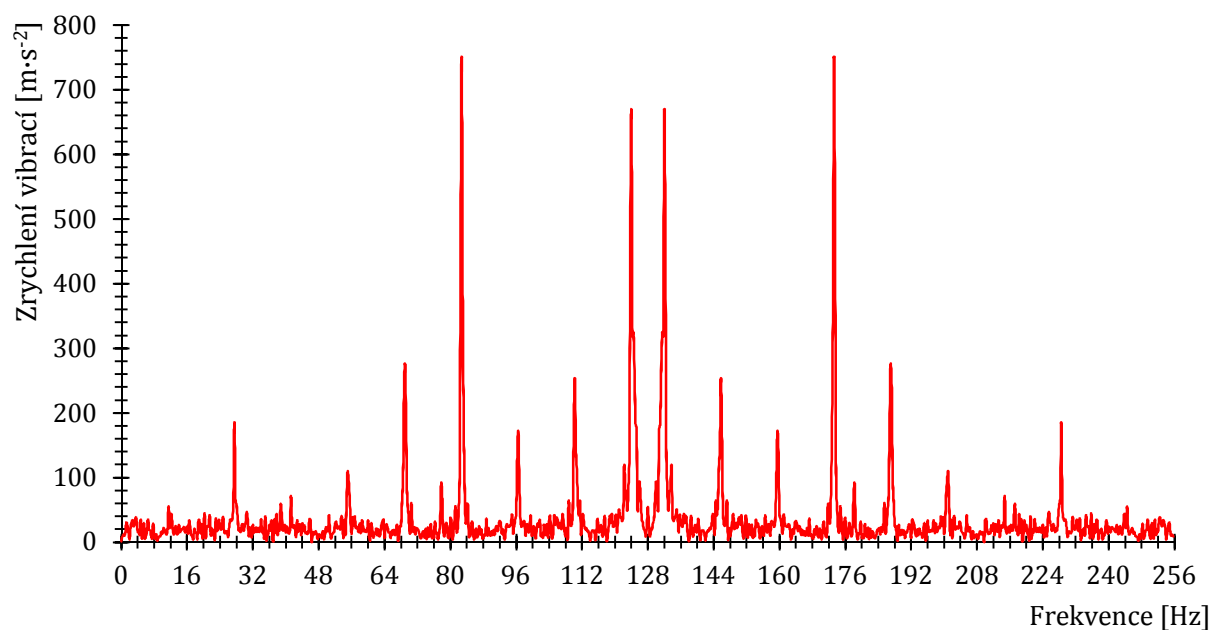
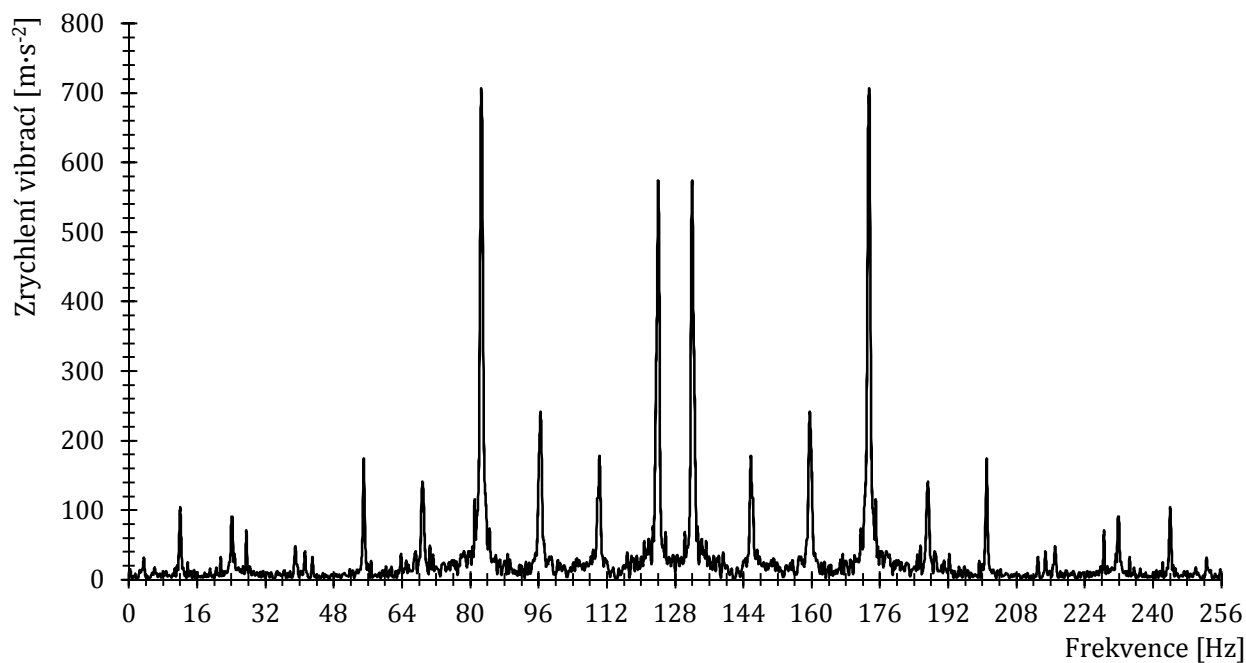


Příloha D - 3 - Nová příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Y



Příloha D - 4 – Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Y

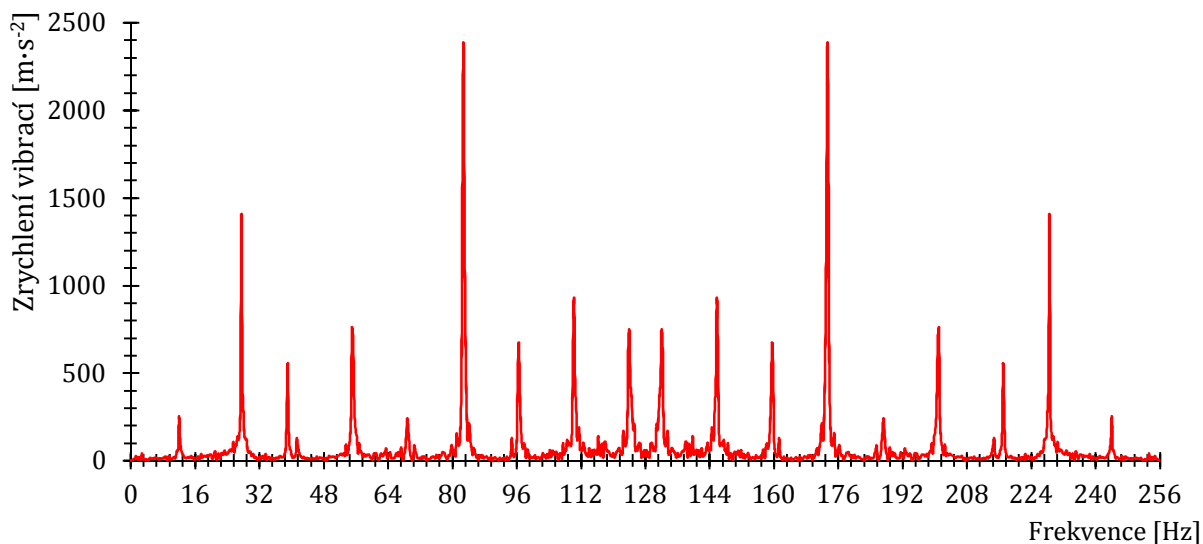
- 12 Hz – Druhá harmonická frekvence kardanové hřídele
- 27,7 Hz – Frekvence otáčení motoru
- 39 Hz – Neidentifikovatelné mění se s otáčkami motoru
- 69 Hz, 96,5 Hz – Neidentifikováno
- 82,75 Hz – 3x harmonická frekvence motoru
- 110,25 Hz – 4x harmonická frekvence motoru
- 124 Hz – ozubená kola v rozvodovce

Ve směru osy X*Příloha D - 5- Nová příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy X**Příloha D - 6 – Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy X*

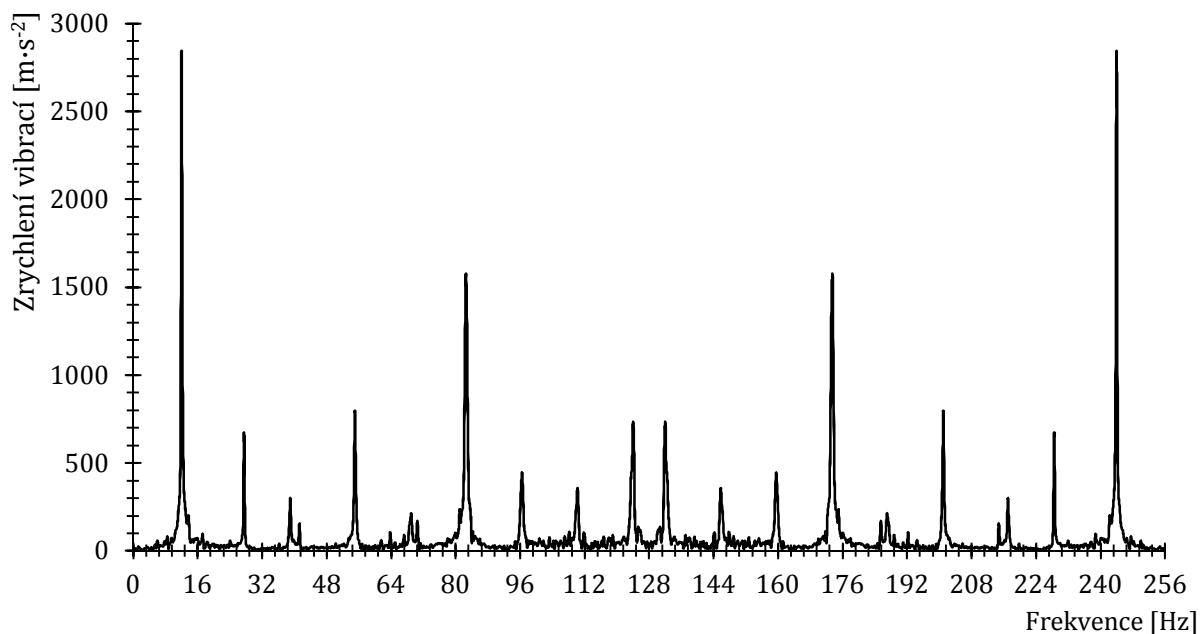
- 69 Hz – Neidentifikováno
- 82,75 Hz – třetí harmonická frekvence motoru
- 96,5 Hz – Neidentifikováno
- 124 Hz – Dvojnásobek frekvence pastorku v rozvodovce

D2. Frekvenční spektrum na příčce s novou a starou příčkou–převod 4R1700

Ve směru Z

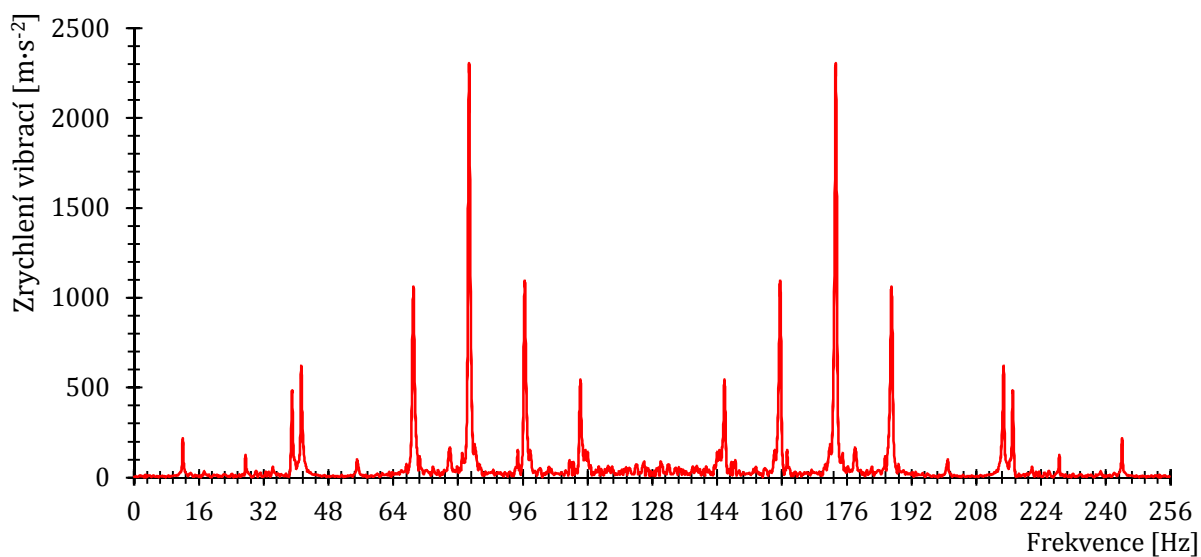


Příloha D2 - 1 – Nová příčka – Graf zrychlení vibrací ve směru osy Z

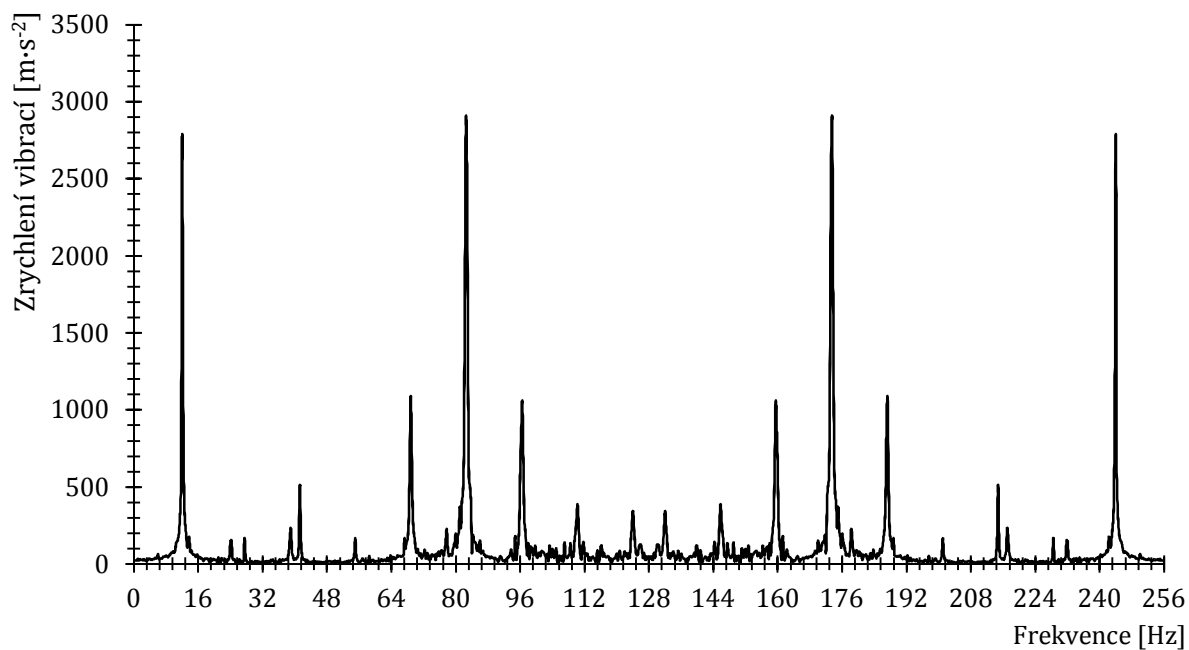


Příloha D2 - 2 -Stará příčka – Graf zrychlení vibrací ve směru osy Z

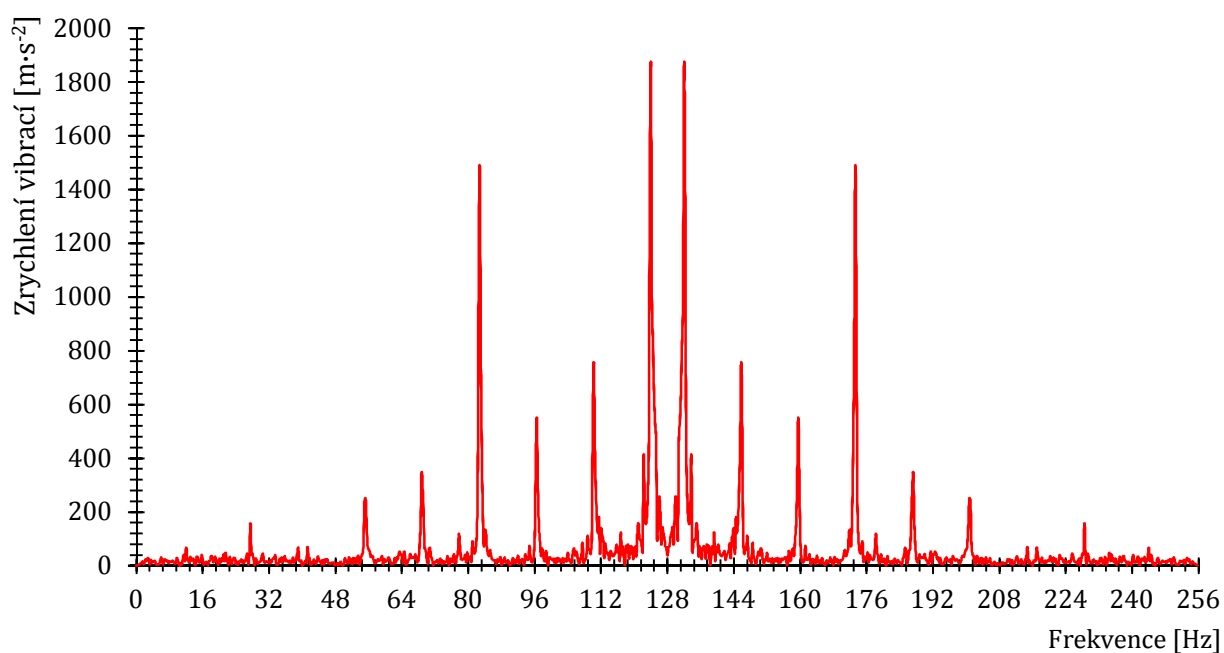
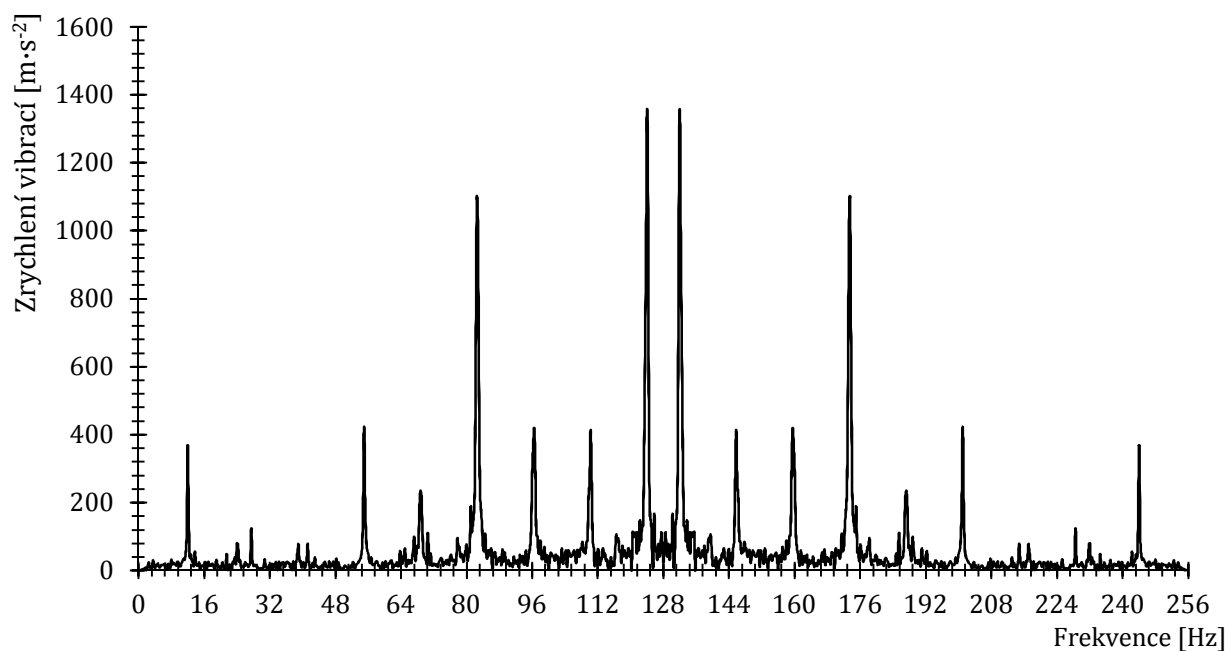
Ve směru osy Y



Příloha D2 - 3 – Nová příčka – Graf zrychlení vibrací ve směru osy Y

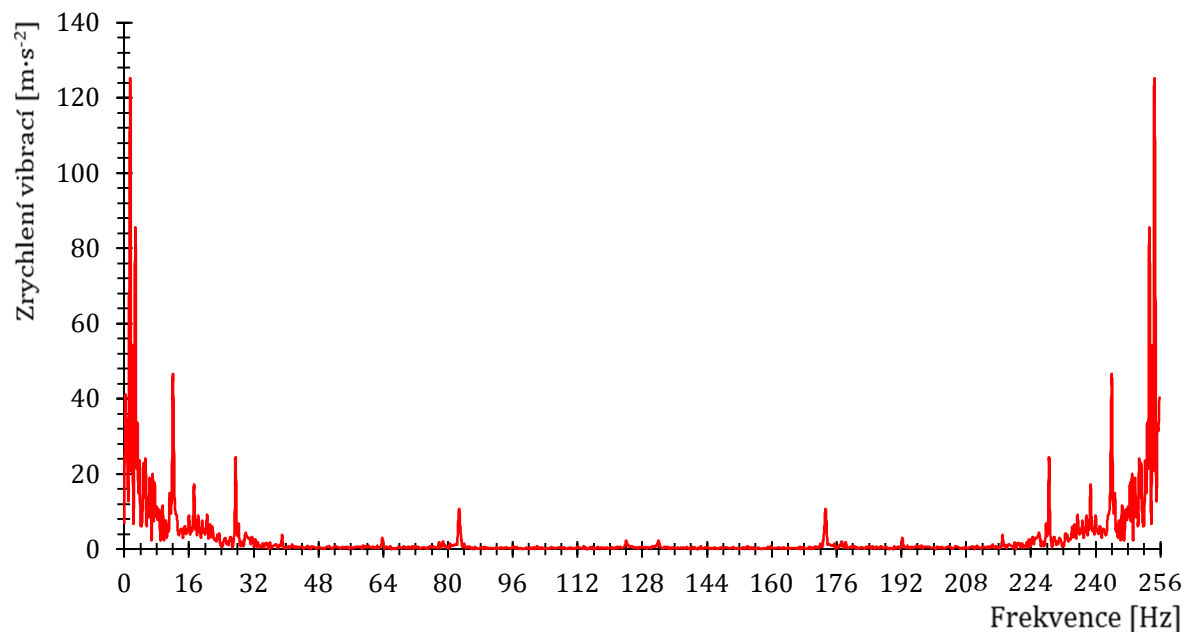


Příloha D2 - 4 – Stará příčka – Graf zrychlení vibrací ve směru osy Y

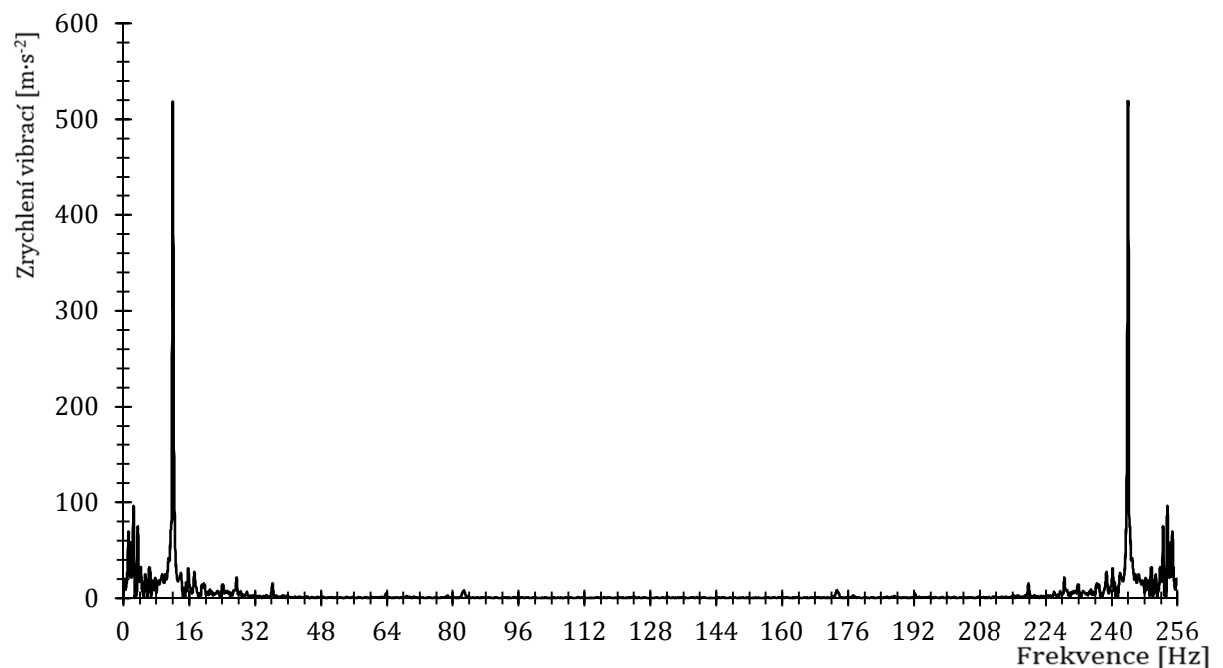
Ve směru osy X*Příloha D2 - 5 – Nová příčka – Graf zrychlení vibrací ve směru osy X**Příloha D2 - 6 – Stará příčka – Graf zrychlení vibrací ve směru osy X*

E. Frekvenční spektrum na sedačce s novou a starou příčkou – převod 4R1700

Ve směru osy Z



Příloha E - 1 – Nová příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Z

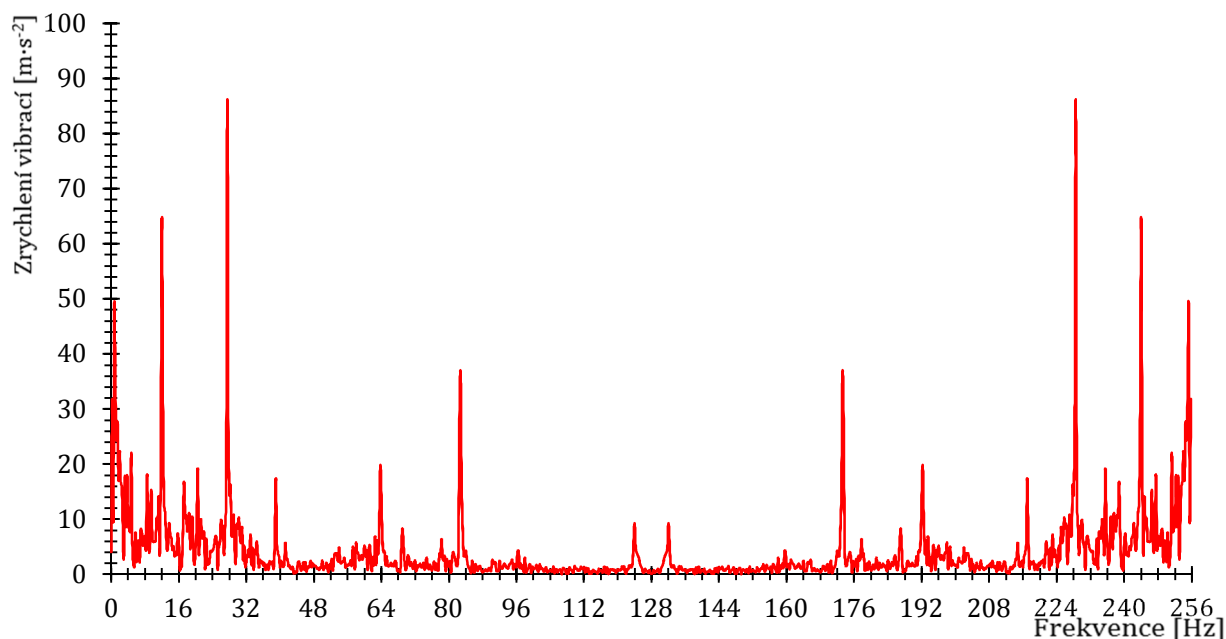


Příloha E - 2 – Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Z

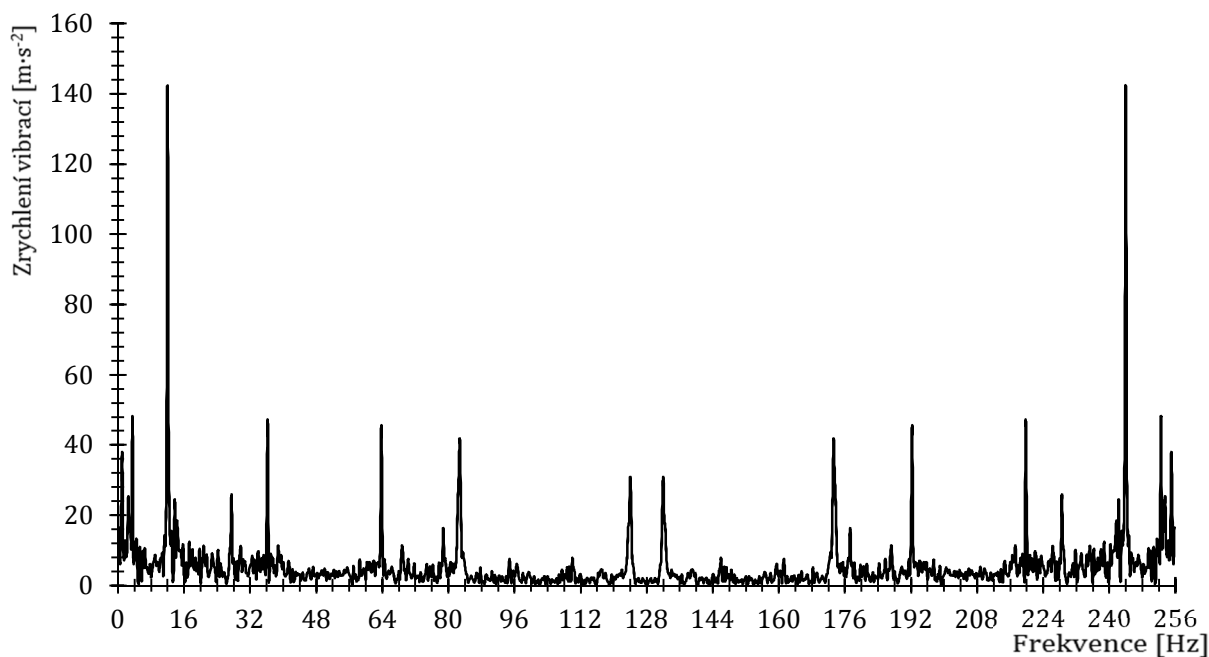
- 1,5 Hz – Neidentifikováno. Může se jednat o otáčky na výstupu z rozvodovky.
- 2,75 – Neidentifikováno. Frekvence se mění s otáčkami motor. Lze předpokládat, že se jedná o člen hnacího traktu.
- 12 Hz – druhá harmonická frekvence kardanové hřídele

- 27,5 Hz – frekvence otáčení motoru
- 82,75 Hz – třetí harmonická frekvence otáčení motoru

Ve směru osy Y

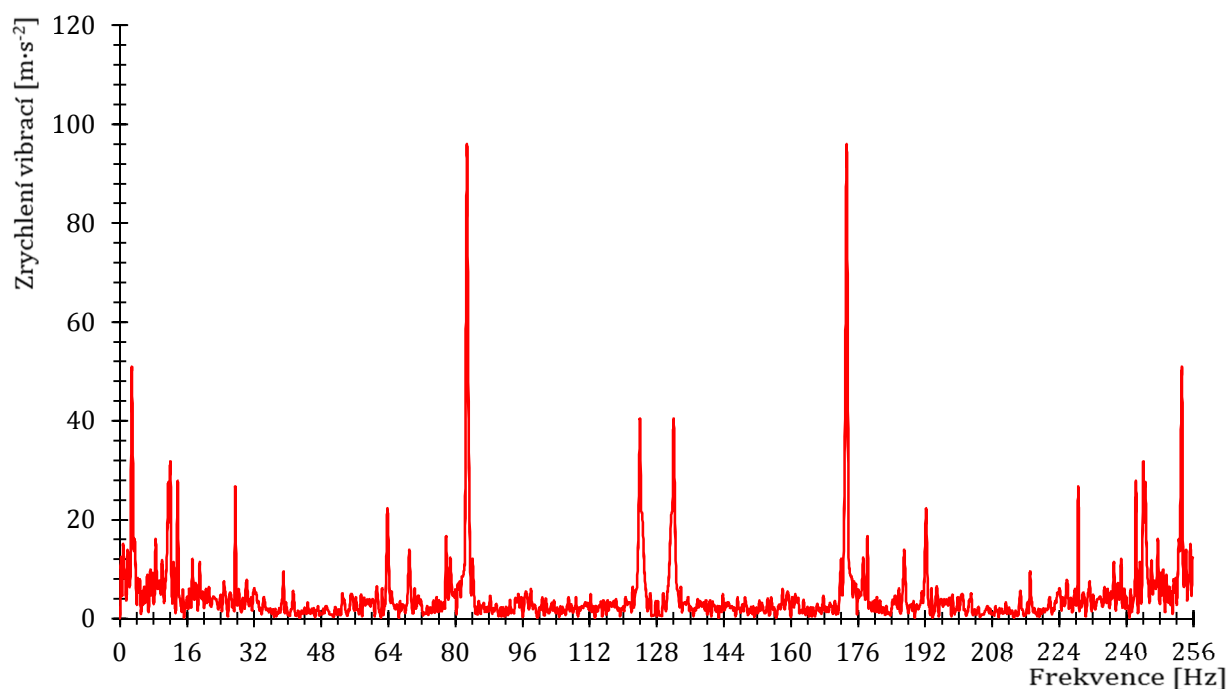
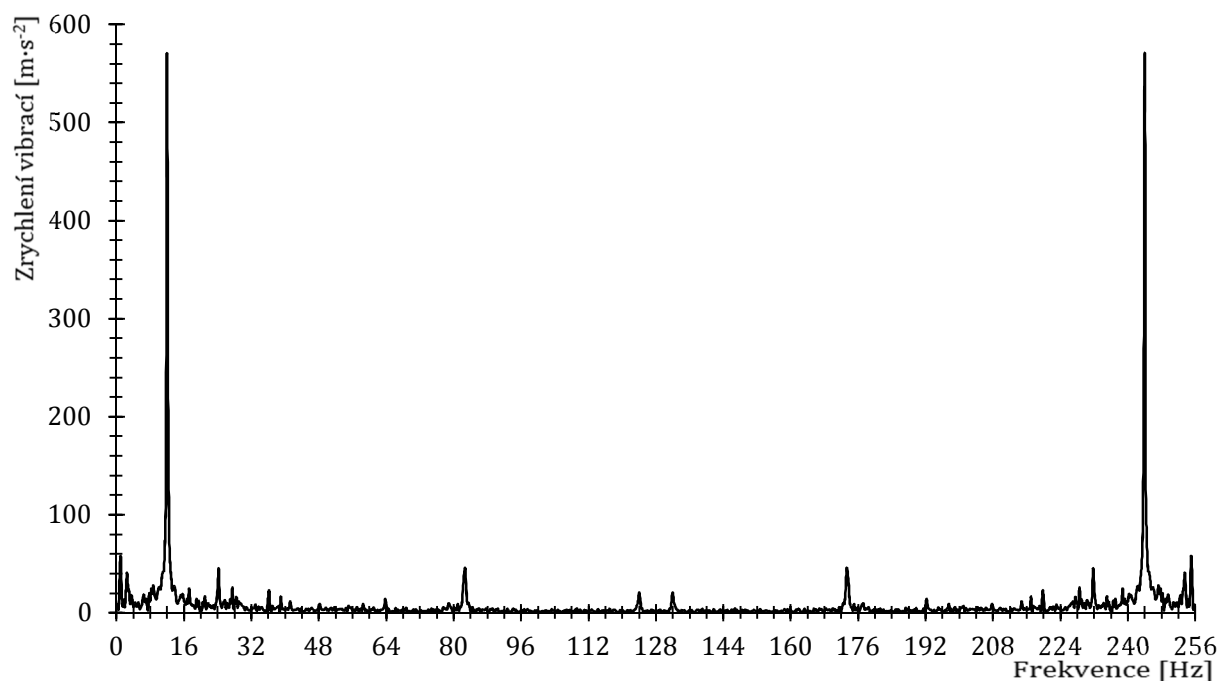


Příloha E - 3 – Nová příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Y



Příloha E - 4 – Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Y

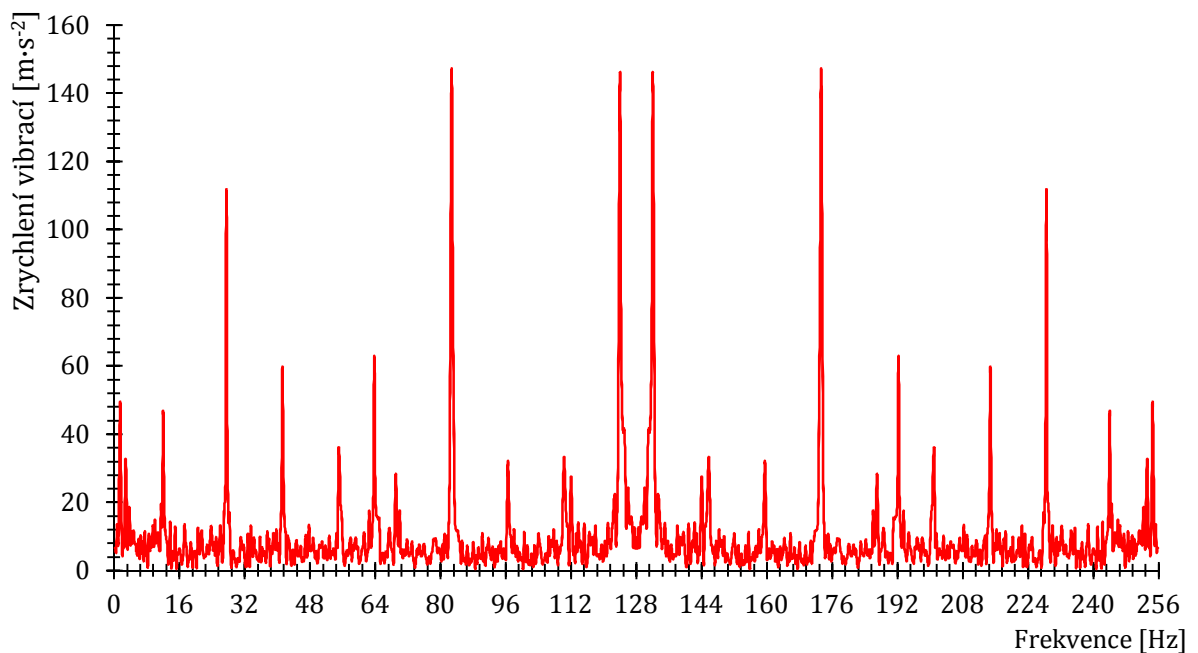
- 0,75 Hz – Neidentifikováno
- 12 Hz – Druhá harmonická frekvence kardanové hřídele.
- 27,5 Hz – Frekvence otáčení motoru.
- 39 Hz – Neidentifikováno. Není úplně významná, ale nemění se s otáčkami.
- 63,75 Hz – Neidentifikováno
- 82,75 Hz – Třetí harmonická frekvence otáčení motoru.

Ve směru osy X*Příloha E - 5 – Nová příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy X**Příloha E - 6 – Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy X*

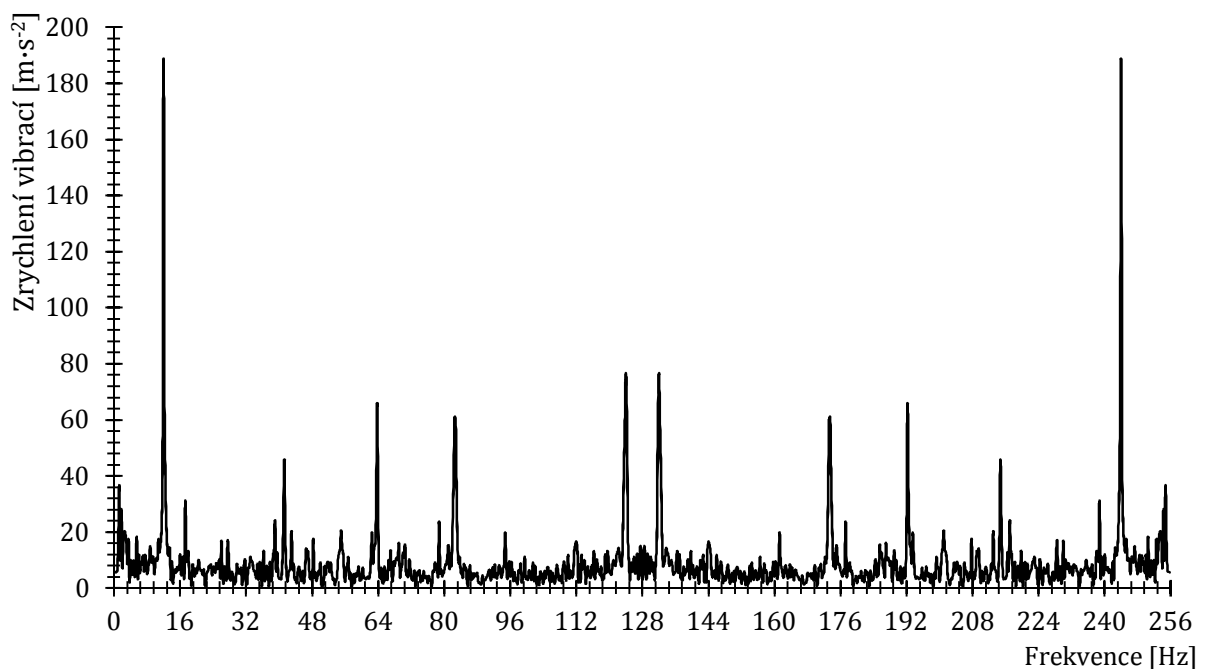
- 75 Hz – S určitou odchylkou se může jednat o výstup z přídavného převodu.
- 12 Hz – Druhá harmonická frekvence kardanové hřídele
- 13,75 Hz – Neidentifikováno
- 63,75 Hz – Neidentifikováno
- 82,75 Hz – Třetí harmonická frekvence otáčení motoru.

F. Frekvenční spektrum na rámu s novou a starou příčkou – převod 4R1700

Ve směru osy Z

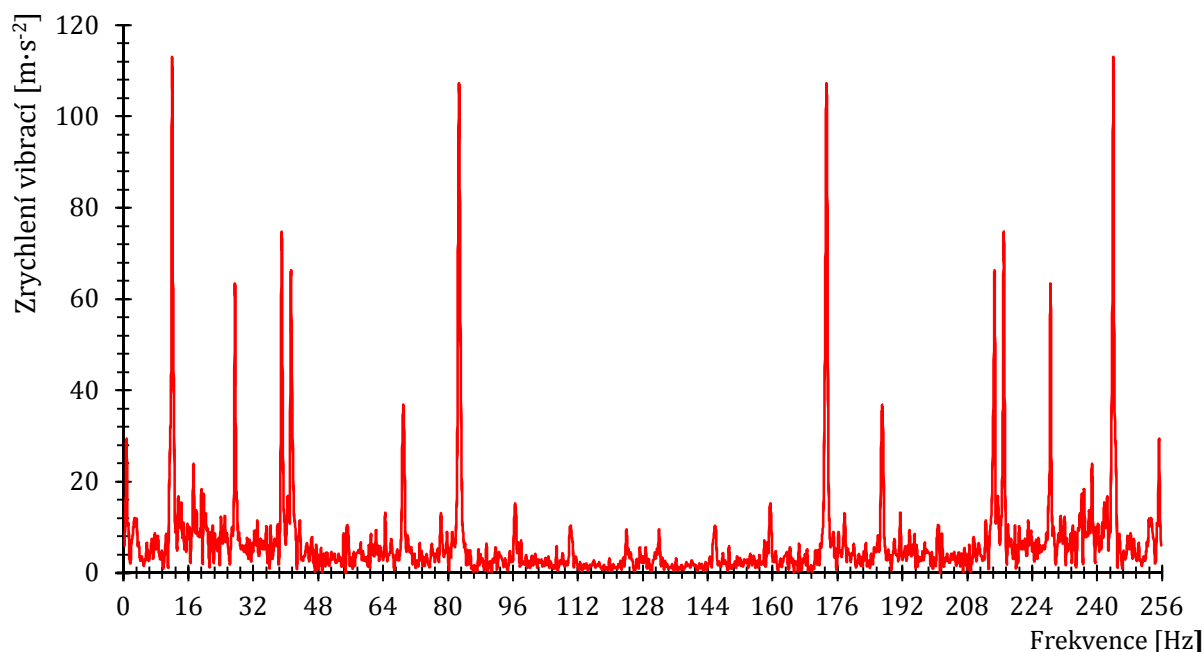
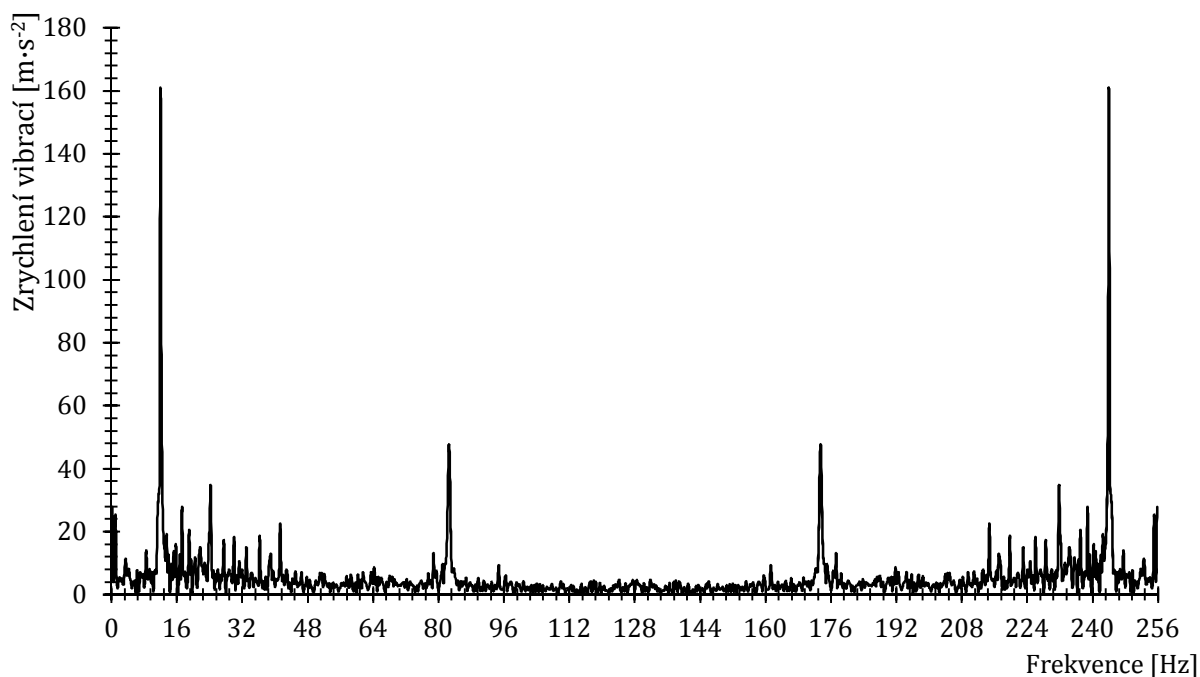


Příloha F - 1 – Nová příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Z

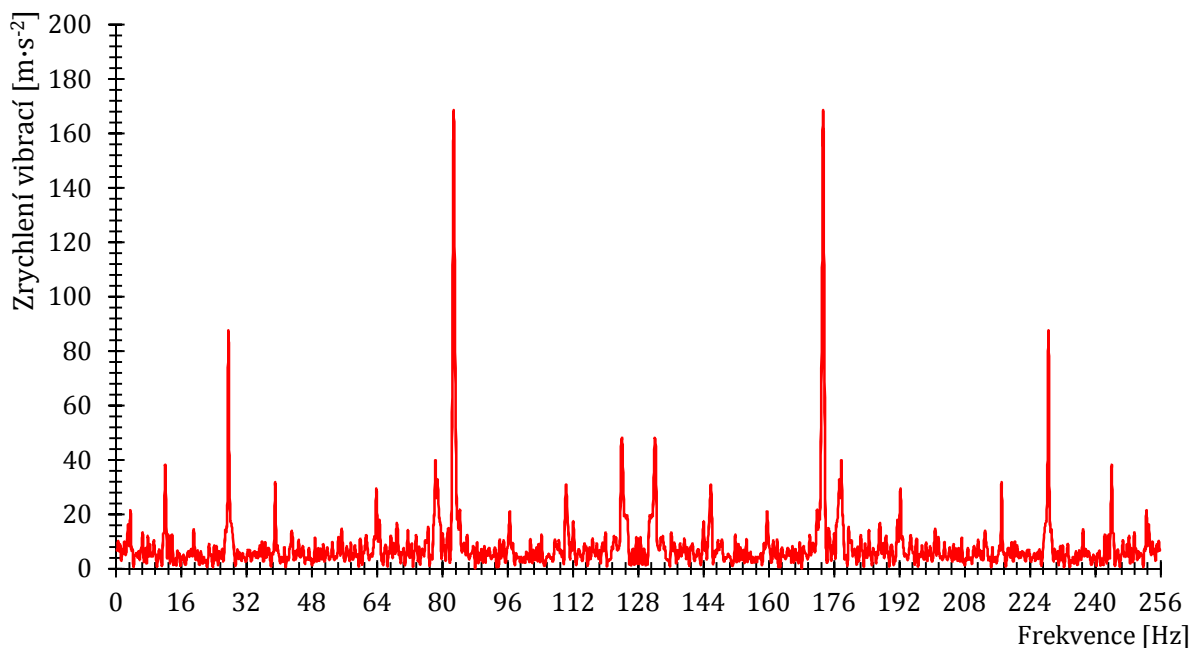
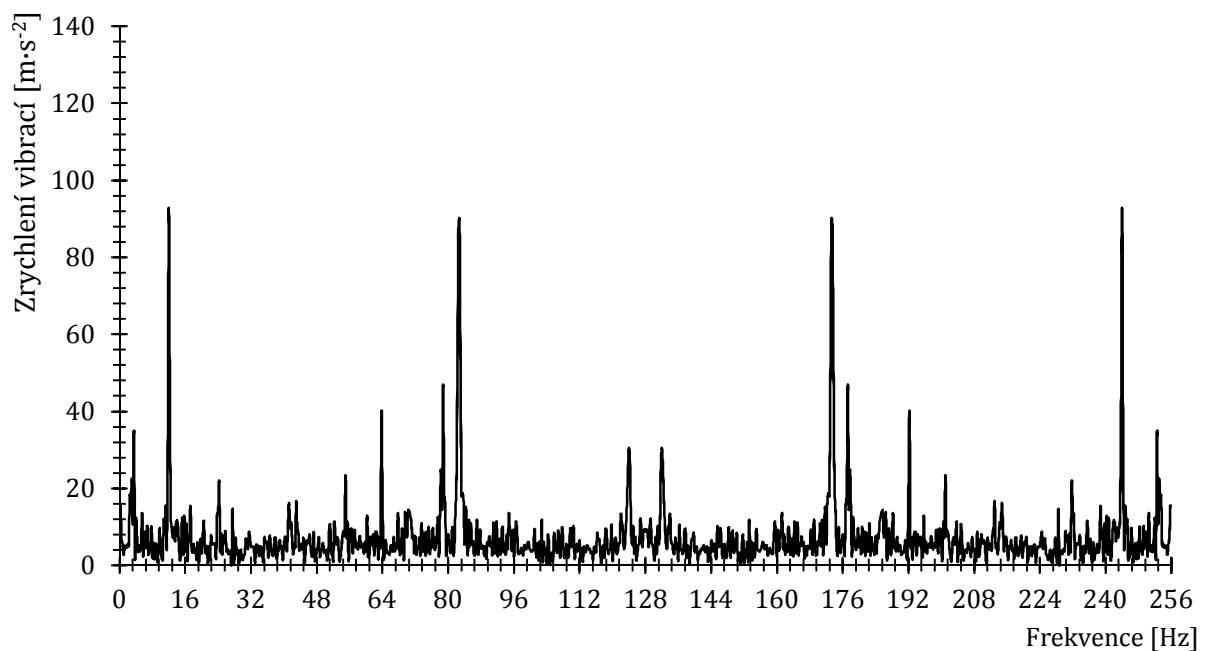


Příloha F - 2 – Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Z

- 27,5 Hz – Frekvence otáčení motoru.
- 41,25 Hz – Neidentifikováno
- 63,75 Hz – neidentifikováno
- 82,75 Hz – Třetí harmonická frekvence otáčení motoru.
- 124 Hz – Frekvence pastorku v rozvodovce. (při násobení dvěma)

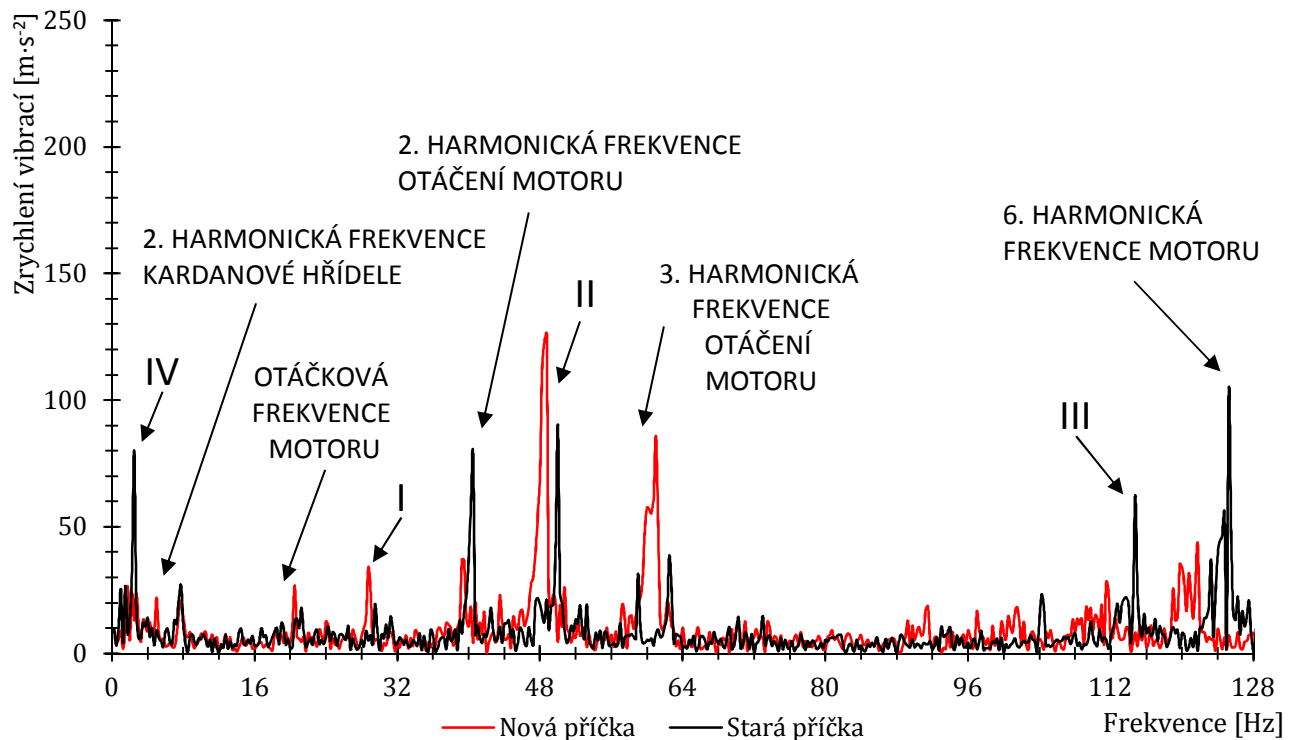
Ve směru osy Y*Příloha F - 3– Nová příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Y**Příloha F - 4– Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy Y*

- 12 Hz – Druhá harmonická frekvence kardanové hřídele
- 27,5 Hz – Frekvence otáčení motoru
- 39 Hz – Neidentifikováno. Může se jednat o výstup z rozvodovky, nebo vlastní frekvence neznámé části hnacího traktu
- 41,5 Hz – Neidentifikováno
- 69 Hz – Neidentifikováno
- 82,75 Hz – Třetí harmonická frekvence otáčení motoru

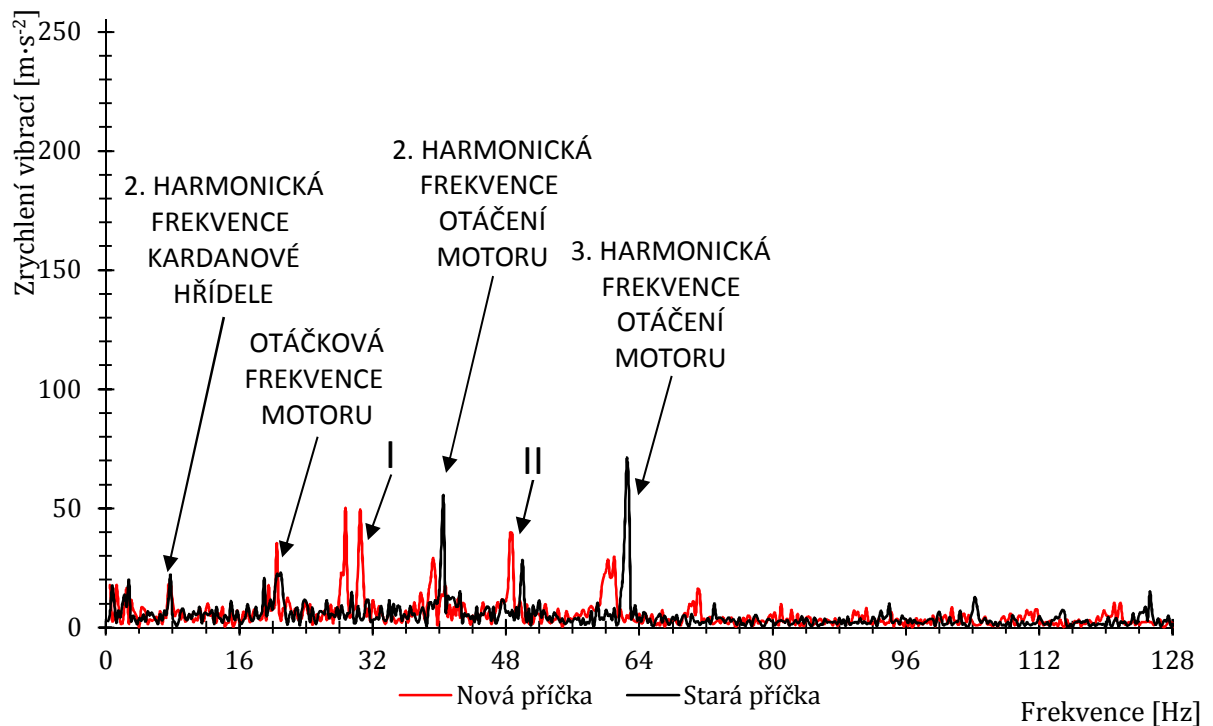
Ve směru osy X*Příloha F - 5 – Nová příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy X**Příloha F - 6 – Stará příčka – Zrychlení vibrací ve směru osy X*

- 12 Hz – Druhá harmonická frekvence kardanové hřídele
- 27,5 Hz – Frekvence otáčení motoru.
- 39 Hz – Neidentifikováno
- 63,75 Hz – Neidentifikováno
- 78,75 Hz – Neidentifikováno
- 82,75 Hz – Třetí harmonická frekvence motoru.
- 124 Hz – Frekvence pastorku v rozvodovce. (při násobení dvěma – součinitel záběru ozubených kol)

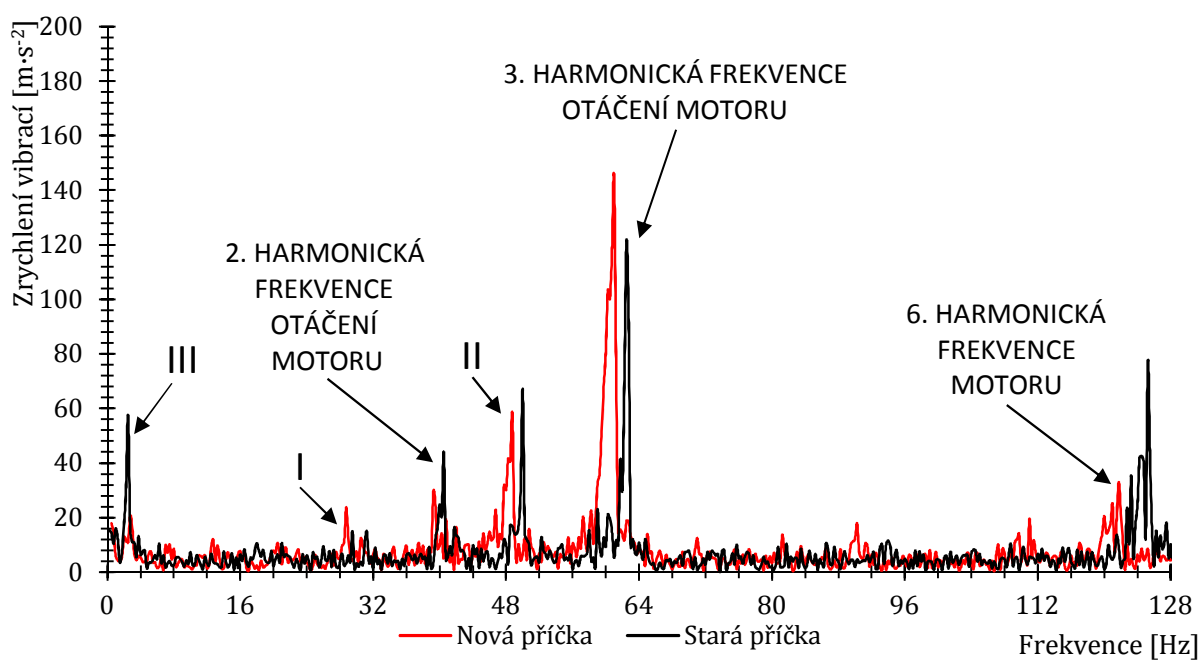
G. Srovnání frekvenčních spekter na rámu s novou a starou příčkou – 3N1200



Příloha G - 1 - Zrychlení vibrací (rychlá Fourierova transformace) na rámu ve směru osy Z při použití příčky se Swingmetalovými silentbloky (stará příčka) a s válcovými silentbloky (nová příčka) - 3N1200

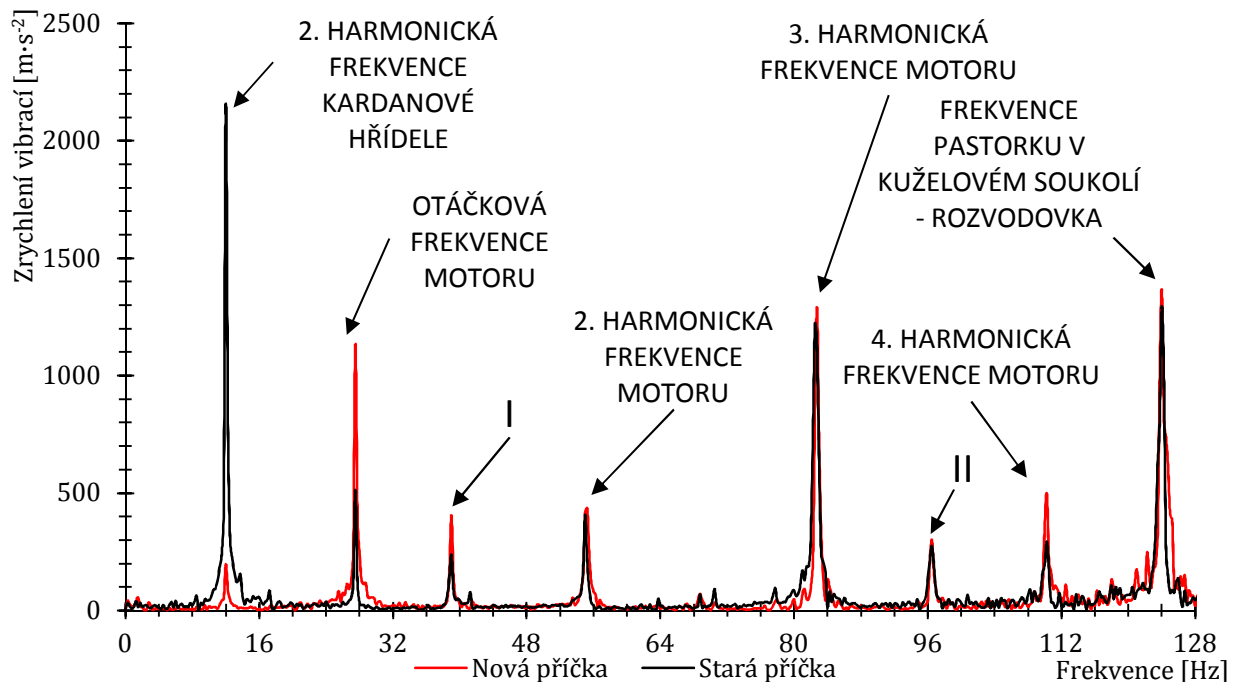


Příloha G - 2 - Zrychlení vibrací (rychlá Fourierova transformace) na rámu ve směru osy Y při použití příčky se Swingmetalovými silentbloky (stará příčka) a s válcovými silentbloky (nová příčka) - 3N1200

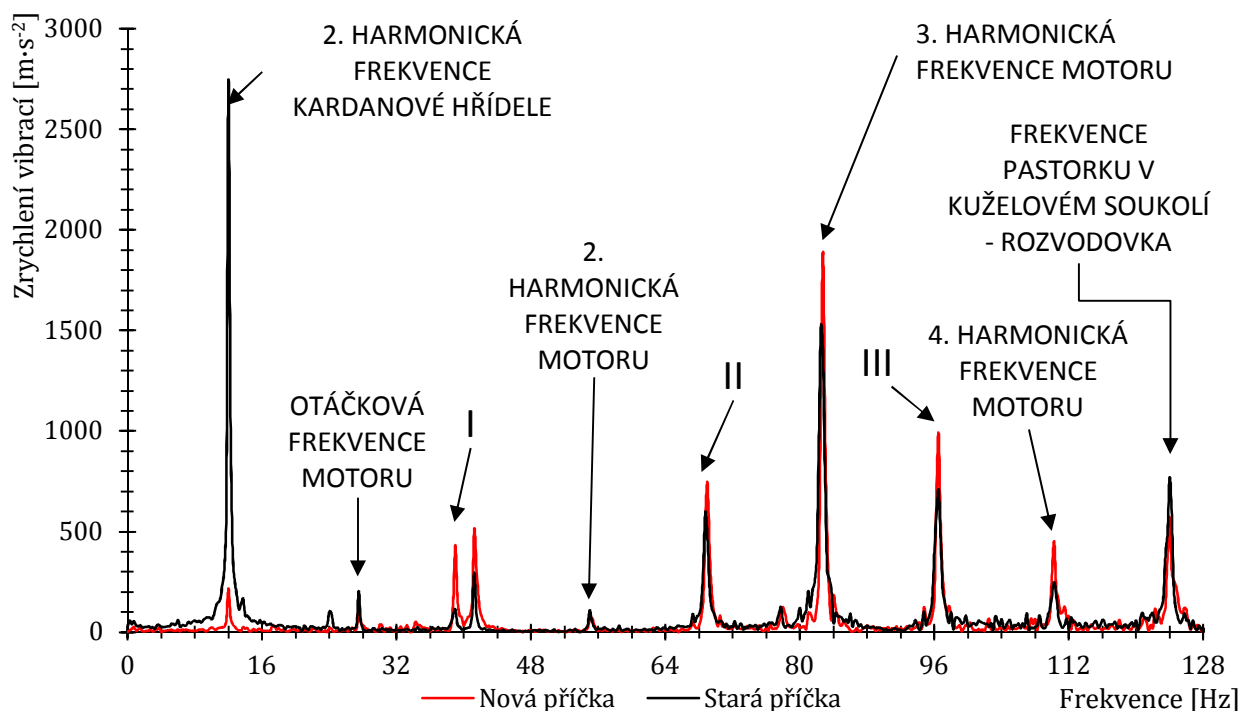


Příloha G - 3 - Zrychlení vibrací (rychlá Fourierova transformace) na rámu ve směru osy X při použití příčky se Swingmetalovými silentbloky (stará příčka) a s válcovými silentbloky (nová příčka) - 3N1200

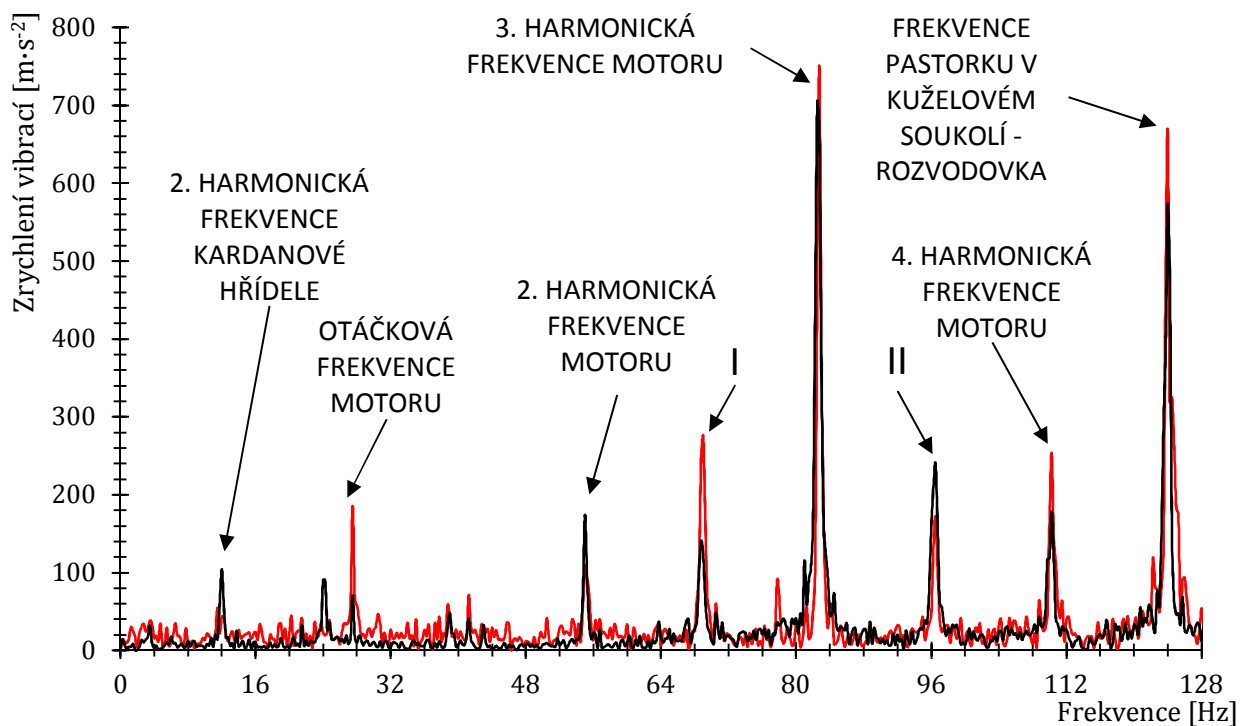
H. Srovnání frekvenčních spekter na převodovce s novou a starou příčkou – 4R1700



Příloha H - 1 - Zrychlení vibrací (rychlá Fourierova transformace) na převodovce ve směru osy Z při použití příčky se Swingmetalovými silentbloky (stará příčka) a s válcovými silentbloky (nová příčka) – 4R1700



Příloha H - 2 - Zrychlení vibrací (rychlá Fourierova transformace) na převodovce ve směru osy Y při použití příčky se Swingmetalovými silentbloky (stará příčka) a s válcovými silentbloky (nová příčka) – 4R1700



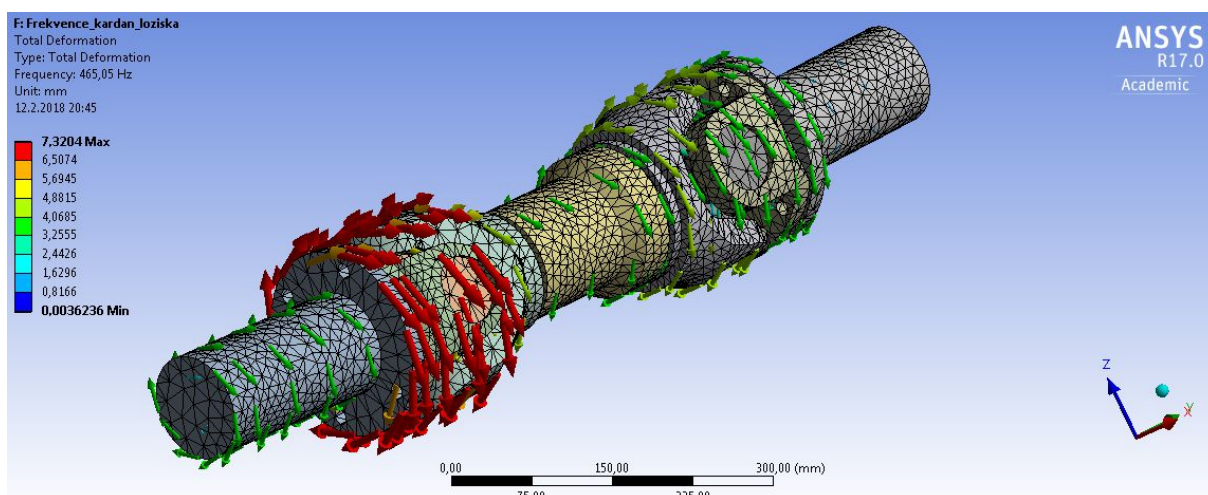
Příloha H - 3 - Zrychlení vibrací (rychlá Fourierova transformace) na převodovce ve směru osy X při použití příčky se Swingmetalovými silentbloky (stará příčka) a s válcovými silentbloky (nová příčka) – 4R1700

I. Hodnoty vlastních frekvencí v závislosti na délce hřídele

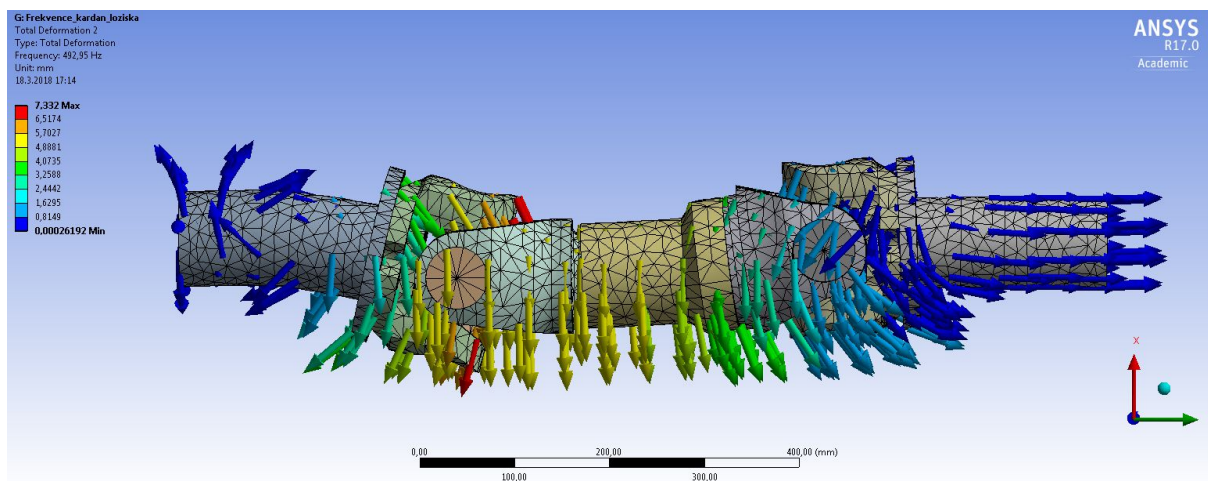
Vlastní frekvence bez předpětí [Hz]										
*Délka	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
250	0	451,68	453,29	731,39	737,14	770,08	896,41	1123,4	1151,9	2183,6
350	0	378,52	382,41	660,28	663,98	727,77	760,56	1023,3	1028	1744,1
450	0	307,57	311,49	612,14	616,2	670,09	687,39	946,74	948,66	1414,7
550	0	250	252,89	576,89	582,03	605,16	655,2	874,44	875,51	1219
650	0	204,6	206,65	543,41	547,34	555,27	622,24	793,46	797,71	1099,8
750	0	169,69	170,95	507,18	509,55	515,42	592,7	722,44	725,18	1023,4
850	0	142,4	143,31	464,07	464,82	482,56	565,23	666,72	669,14	963,21
950	0	120,93	121,55	416,3	418,3	454,9	540,34	624,61	629,82	900,09
1050	0	103,83	104,25	370,46	372,82	431,29	518,32	592,37	598,94	834,72
Vlastní frekvence s předpětím [Hz]										
250	437,22	451,63	453,25	731,54	737,01	770,1	1123,3	1149,5	1152,4	2183,6
350	378,45	382,35	405,35	660,56	663,72	727,78	1023,1	1027,8	1034,1	1744,1
450	307,49	311,41	377,39	612,35	616,02	687,38	946,47	948,67	962,64	1414,7
550	249,9	252,79	354	577,06	581,9	655,2	874,38	875,44	915,88	1218,9
650	204,48	206,53	333,25	543,61	547,26	622,24	793,38	797,7	880,84	1099,8
750	169,55	170,81	314,98	507,32	509,51	592,69	722,3	725,23	852,65	1023,4
850	142,22	143,14	299,06	464,01	464,82	565,23	666,5	669,28	830,52	963,27
950	120,72	121,34	284,85	416,24	418,27	540,35	624,47	629,88	811,62	900,07
1050	103,59	104,01	272,09	370,39	372,76	518,32	592,26	598,95	794,04	834,7

**Pozn. Délky odpovídají délce válcové části hnacího unašeče kardanové hřídele s vnějším drážkováním, viz Obr. 4.1 hnědá část kardanové hřídele.*

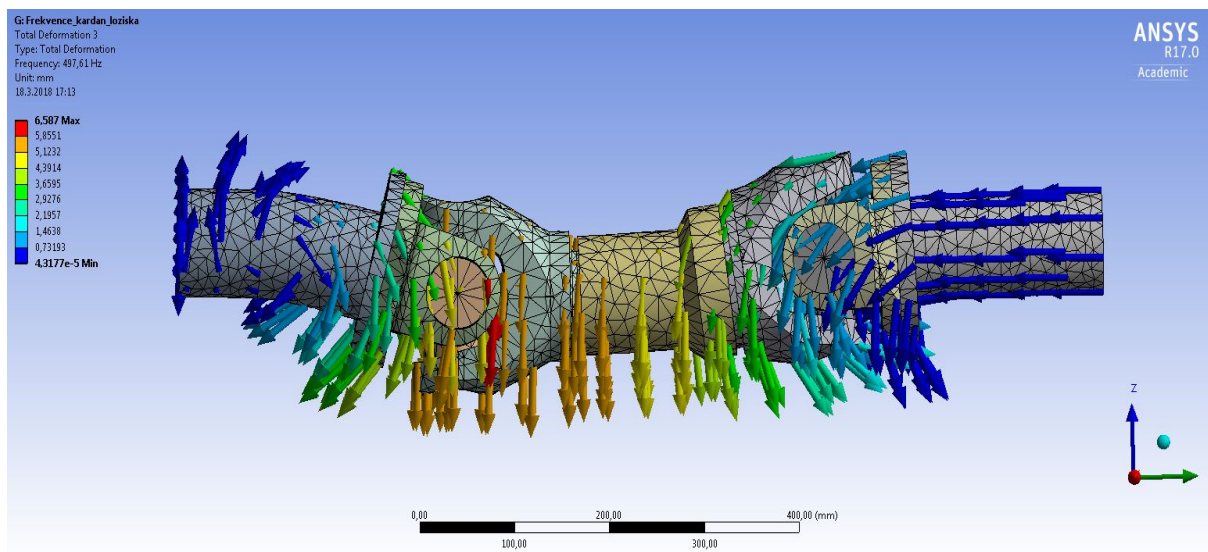
J. Směry deformací při vlastních frekvencích



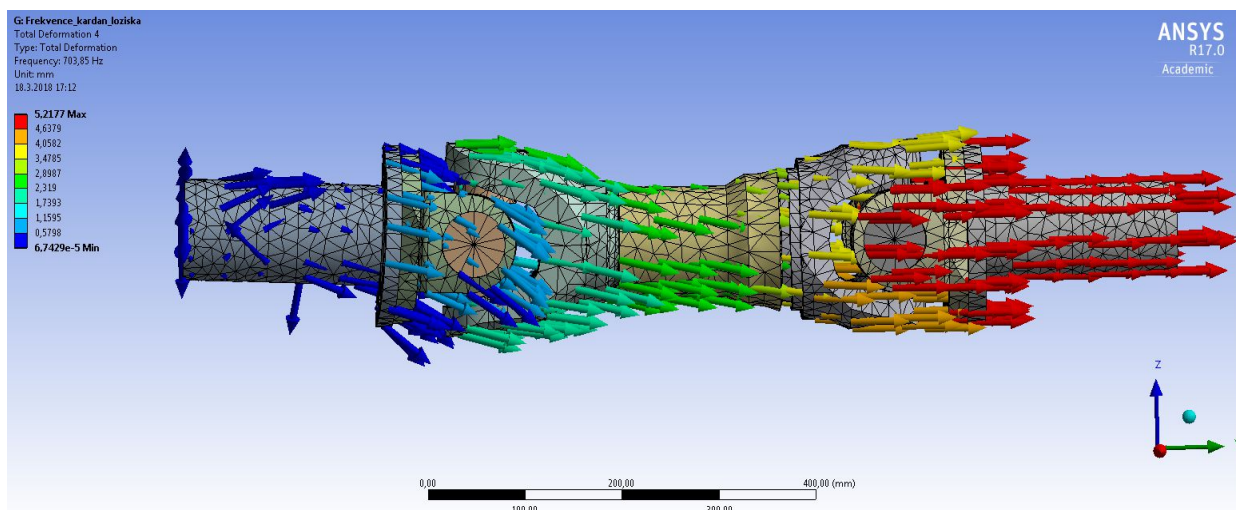
Příloha J - 1 - Deformace kardanové hřídele při první vlastní frekvenci



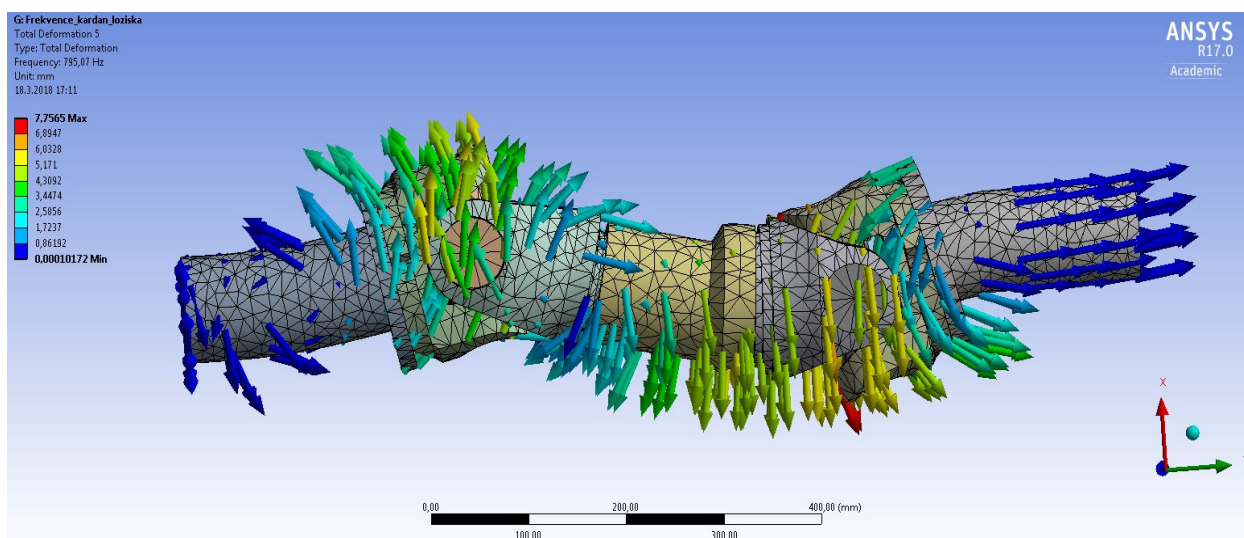
Příloha J - 2 - Deformace kardanové hřídele při druhé vlastní frekvenci



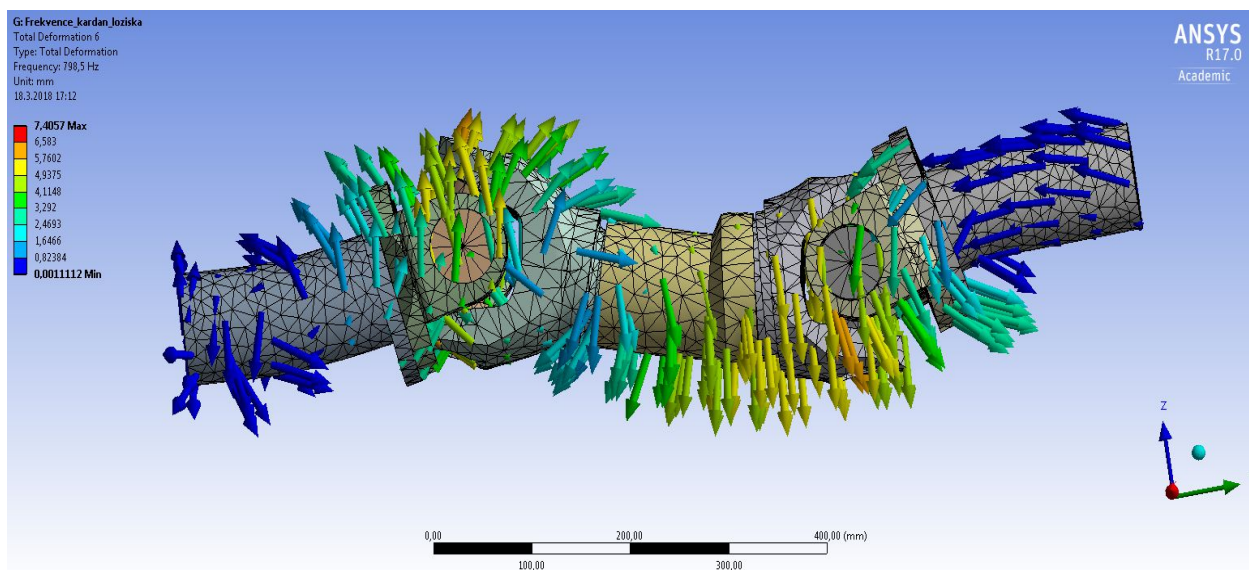
Příloha J - 3 - Deformace kardanové hřídele při třetí vlastní frekvenci



Příloha J - 4 - Deformace kardanové hřídele při čtvrté vlastní frekvenci

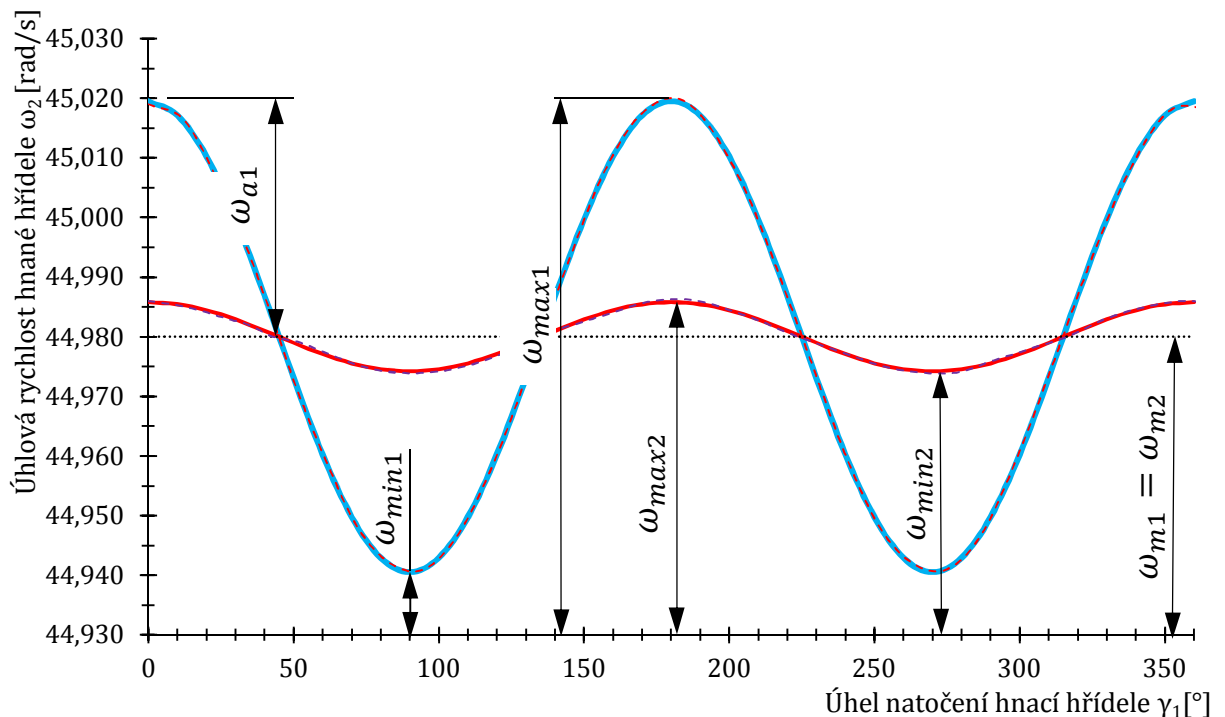


Příloha J - 5 - Deformace kardanové hřídele při páté vlastní frekvenci



Příloha J - 6 - Deformace kardanové hřídele při šesté vlastní frekvenci

K. Nerovnoměrnost chodu při reálných otáčkách kardanové hřídele



Příloha K - 1 – Nerovnoměrnost chodu vložené hřídele pro úhel $\beta_1 = 2,4^\circ$ a $\beta_2 = 0,92^\circ$ (čárkovaně jsou zobrazeny hodnoty získané MKP analýzou v modulu Rigid dynamics)

V kap. 5.2 jsou na Obr. 5.10 uvedeny délky kardanových hřídelí, které je možno použít na vozidle s pohonem 6x6. Změna délky zapříčiní změnu úhlů křížového kloubu. Graf na obr. Příloha K - 1, zobrazuje změnu úhlové rychlosti při těchto dvou úhlech. Průběh změny úhlové rychlosti je dán jeho periodickou složkou – amplitudou napětí a neproměnlivou složkou – vstupní úhlovou rychlostí. V následující tabulce jsou uvedeny parametry harmonického průběhu.

Pozn. Graf předpokládá výstupní otáčky z převodovky $n = 7,16 \text{ s}^{-1}$, tedy jízdu při otáčkách motoru 1700 min^{-1} a zařazené přev. rychlosti 4R – jízdní režim 4R1700.

Příloha K - 2 – Parametry harmonického průběhu

$\beta_1 = 2,4^\circ$		$\beta_2 = 0,92^\circ$	
ω_{max1}	45,019	ω_{max2}	44,986
ω_{min1}	44,941	ω_{min2}	44,974
ω_{m1}	44,98	ω_{m2}	44,98
ω_{a1}	0,039	ω_{a2}	0,006

$$U_1 = \frac{\omega_{2max} - \omega_{2min}}{\omega_1} = \frac{\omega_{max1} - \omega_{min1}}{\omega_{m1}} = \frac{45,019 - 44,941}{44,98} = 1,734 \cdot 10^{-3} = 0,2\% \quad (10.1)$$

$$U_2 = \frac{\omega_{2max} - \omega_{2min}}{\omega_1} = \frac{\omega_{max2} - \omega_{min2}}{\omega_{m2}} = \frac{44,986 - 44,974}{44,98} = 2,7 \cdot 10^{-4} = 0,03\% \quad (10.2)$$

L. Náhradní torzní soustava

a) Úvod do kmitání

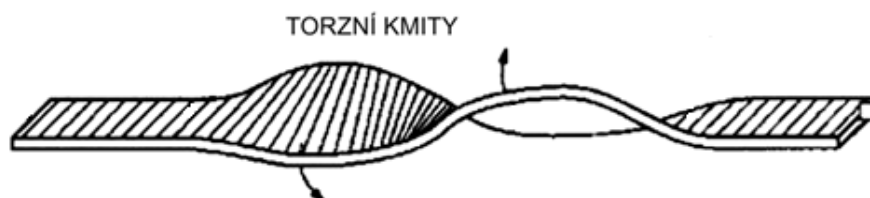
U hřídelí dochází vlivem jejich vlastní pružnosti ke vzniku nestability. Nejčastější nestabilitou hřídelí je kmitání hřídele (ohybové kmitání, krouživé kmitání, torzní a osové).

Ohybové kmitání vzniká působením periodicky buzených sil, které působí kolmo na hřídel. Je-li frekvence některé z těchto sil shodná s některou vlastní ohybovou frekvencí hřídele, bude docházet k rezonanci. Budícími silami jsou nejčastěji nevyvážené odstředivé síly rotujících hmot hřídele. Vlastní frekvence tohoto kmitání je dána vzdáleností mezi podporami. Bude-li vzdálenost mezi podporami velmi malá, bude vlastní frekvence kmitání vysoká. Z toho plyne, že je nízké nebezpečí vzniku rezonancí v provozních otáčkách. Bude-li vzdálenost mezi podporami velká, pak je hřídel ohebnější a náchylnější k ohybovému kmitání.[4], [20]

Podélné kmitání vzniká působením periodicky buzenými proměnnými silami rovnoběžně s osou hřídele. Vzniká tak periodické zkracování a prodlužování hřídele, které je obvykle zanedbatelné.

Torzní kmitání vzniká působením časově proměnlivého krouticího momentu. Proměnlivý krouticí moment vzniká např. kýváním hřídele, jehož příčinou je nerovnoměrnost chodu např. motoru. Dojde-li k tomu, že vlastní frekvence kmitání je shodná s frekvencí vynuceného kmitání dosahují torzní kmity vysokých hodnot, které vedou k torzním únavovým lomům. Dále se torzní kmity mohou projevovat chvěním a hlukem. [20]

Torzní kmitání lze demonstrovat jako kmitání hřídele, který byl uchycen na svých koncích a následně byl zkroucen. Po uvolnění by začala hřídel vykonávat kmitavý pohyb kolem své osy, přičemž na jednom konci hřídele má torzní výchylka opačný smysl než na opačném konci hřídele. Torzní kmitání má v tomto případě maximální amplitudu v okamžiku, kdy byla hřídel uvolněna, poté mají nulovou amplitudu a následně maximální amplitudu, ale v opačném smyslu. Místo, které vůbec nekmitá, se nazývá „uzel“.



Příloha L - 1 - Příklad torzního kmitání se dvěma stupni volnosti [19]

b) Zjednodušující předpoklady

V této kapitole se budu zabývat sestavením náhradní torzní soustavy. Její sestavení je velice důležité, protože společně s kardanovou hřídelí kmitají i další připojené hmoty a jejich řešení je velice složité. Z těchto důvodů se pro výpočet používá náhradní torzní soustava, která představuje určité zjednodušení. Původní torzní soustava se nahradí pomocnou, dynamicky rovnocennou soustavou, která se skládá z hmotných kotoučů spojených mezi sebou válcovým nehmotným hřídelem. V principu se jedná o redukci hmot a o redukci délek. Redukci hmot a redukci délek lze řešit za následujících zjednodušujících podmínek [4], [5]:

- hmoty jsou konstantní, nezávislé na čase
- délky jsou konstantní, nezávislé na čase
- hmoty klikového ústrojí jsou redukovány do os válců nebo rovnoměrně rozloženy (v případě redukce klikového mechanismu)

Dalším zjednodušením je předpoklad, že soustava je homogenní (hmoty jednotlivých částí soustavy jsou stejné).

c) Redukce délky

Principem této metody je nahrazení členité hřídele s různými změnami průřezu, osazeními, zaobleními apod., redukovanou hřídelí s určitým redukováným průměrem hřídele D_{red} a redukovanou délkou hřídele L_{red} . Výsledkem tohoto postupu je nová redukováná hřídel o rozměrech D_{red}, L_{red} , která má stejnou pružnost jako hřídel původní. To znamená, že při působení stejného krouticího momentu se redukováná hřídel nakroučí o stejný úhel jako původní hřídel. Přitom se předpokládá, že se krouticí momenty přenášejí od jednoho konce na druhý.

Úhel nakroucení přímého hřídele délky l působením krouticího momentu M_k je dle teorie pružnosti pevnosti dáno vztahem [4]:

$$\varphi = \frac{M_k \cdot l}{G \cdot I_p} [\text{rad}] \quad (10.3)$$

kde G je modul pružnosti ve smyku [MPa]; I_p je polární moment setrvačnosti [m^4], pro kruhový průřez $I_p = \frac{\pi}{32} \cdot D^4$

Tuhost hřídele se vyjadřuje tzv. elastickou konstantou c . Tato konstanta představuje krouticí moment příslušný jednotkovému úhlu zkroucení. Ze vztahu (40) vyplývá následující vztah pro výpočet elastické konstanty [4]:

$$c = \frac{M_k}{\varphi} = \frac{G \cdot I_p}{l} \left[\frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \right] \quad (10.4)$$

Z podmínky stejného zkroucení redukové hřídele a původní hřídele vyplývá následující vztah:

$$\varphi = \frac{M_k \cdot l}{G \cdot I_p} = \frac{M_k \cdot l_{red}}{G \cdot I_{pred}} [\text{rad}] \quad (10.5)$$

kde l_{red} je redukováná délka redukové hřídele [m] pro kterou plyne vztah $l_{red} = l \cdot \frac{I_{pred}}{I_p}$;

I_{pred} je redukový polární moment setrvačnosti [m^4]

Pro dutý válcový konec hřídele s vnějším průměrem D a vnitřním průměrem d je pak [4]:

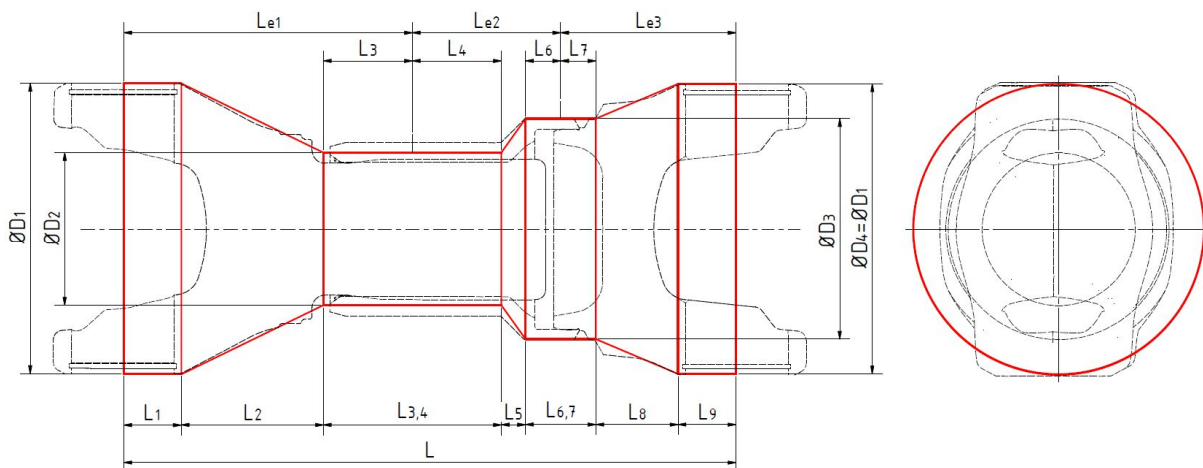
$$l_{red} = l \cdot \frac{D_{red}^4}{D^4 - d^4} [m] \quad (10.6)$$

kde D_{red} je redukový průměr hřídele [m]

Různé části hřídele jsou redukovány na průměr D_{red} . Celková délka redukové hřídele je dána součtem jednotlivých redukových délek.

Praktický postup výpočtu redukované délky hřídele

Tvar kardanové hřídele je velice složitý a pro výpočet redukované délky, která dále slouží k výpočtu tuhosti je zcela nevhodný. Z tohoto důvodu je nutné provést určité úpravy modelu tak, aby bylo možno provést redukci délek. Náhradní (výpočtový) tvar hřídele je uvedený na obr. Příloha L - 2. Na obr. Příloha L - 2 je také zobrazeno rozdělení hřídele na jednotlivé úseky. Díky tomu je výpočet redukovaných délek podstatně jednodušší.



Příloha L - 2 - Výpočtový model (červeně), skutečný tvar kardanové hřídele (černě); L_{e1} , L_{e2} , L_{e3} jsou jednotlivé redukované délky

V následující tabulce jsou uvedeny hodnoty jednotlivých délek a průměrů, které jsou vyznačeny v tabulce Příloha L - 3.

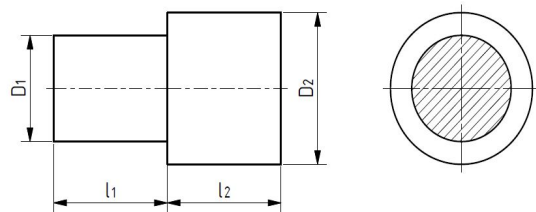
Příloha L - 3 - Rozměry výpočtového modelu

L_1	36,4	mm	$\varnothing D_1$	184	mm
L_2	90,1	mm	$\varnothing D_2$	97,1	mm
L_3	56,4	mm	$\varnothing D_3$	140	mm
L_4	56,4	mm	$\varnothing D_4$	184	mm
L_5	15,3	mm			
L_6	22,3	mm			
L_7	22,3	mm			
L_8	52,1	mm			
L_9	36,7	mm			

Zde se opět nabízí srovnání hmotností a hmotových momentů setrvačnosti skutečné hřídele a jeho náhrady.

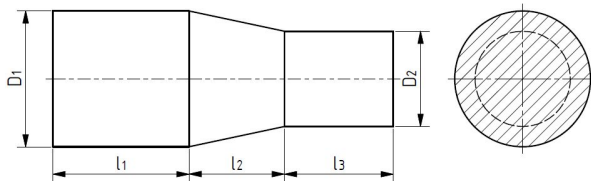
Z obr. Příloha L - 2 lze vidět, že došlo k určitému zjednodušení. Drážkování bylo zanedbáno a nahrazeno středním průměrem D_2 . Zploštění v oblasti uložení kříže, či samotný otvor byl zanedbán.

Z obr. Příloha L - 2 je patrné, že se výpočtový model skládá z různých přechodů, kuželových ploch apod. Výpočet redukovaných délek těchto částí jsem prováděl podle vztahů uvedených na obr. Příloha L - 4. Všechny ostatní zaoblení a přechody byly po domluvě s vedoucím práce zanedbány.



$$l_{red} = (l_1 + \xi \cdot D_1) \cdot \frac{D_{red}^4}{D_1^4} + (l_2 - \xi \cdot D_1) \cdot \frac{D_{red}^4}{D_2^4}$$

$\frac{D_2}{D_1}$	1	1,25	1,5	2	3	∞
ξ	0	0,055	0,085	0,1	0,107	0,125



$$l_{red} = l_1 \cdot \frac{D_{red}^4}{D_1^4} + l_2 \cdot \frac{D_{red}^4}{D_1^4} \cdot k + l_3 \cdot \frac{D_{red}^4}{D_2^4}$$

$$k = \frac{1}{3} \cdot \frac{D_1}{D_2} \cdot \left[\left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 + \frac{D_1}{D_2} + 1 \right]$$

Příloha L - 4 - Redukované délky různých částí hřídele [4]

Výpočet redukované délky L_{e1}

$$k_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{D_1}{D_2} \cdot \left[\left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 + \frac{D_1}{D_2} + 1 \right] = \frac{1}{3} \cdot \frac{184}{97,1} \cdot \left[\left(\frac{184}{97,1} \right)^2 + \frac{184}{97,1} + 1 \right] = 4,07 \quad (10.7)$$

$$\begin{aligned} L_{e1} &= L_1 \cdot \frac{D_{red}^4}{D_1^4} + L_2 \cdot \frac{D_{red}^4}{D_1^4} \cdot k_1 + L_3 \cdot \frac{D_{red}^4}{D_2^4} = \\ &= 36,4 \cdot \frac{97,1^4}{184^4} + 90,1 \cdot \frac{97,1^4}{184^4} \cdot 4,1 + 56,4 \cdot \frac{97,1^4}{97,1^4} = 87,872 \text{ mm} \end{aligned} \quad (10.8)$$

Výpočet redukované délky L_{e2}

$$k_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{D_3}{D_2} \cdot \left[\left(\frac{D_3}{D_2} \right)^2 + \frac{D_3}{D_2} + 1 \right] = \frac{1}{3} \cdot \frac{140}{97,1} \cdot \left[\left(\frac{140}{97,1} \right)^2 + \frac{140}{97,1} + 1 \right] = 2,17 \quad (10.9)$$

$$\begin{aligned} L_{e2} &= L_6 \cdot \frac{D_{red}^4}{D_3^4} + L_5 \cdot \frac{D_{red}^4}{D_3^4} \cdot k_1 + L_4 \cdot \frac{D_{red}^4}{D_2^4} = \\ &= 22,3 \cdot \frac{97,1^4}{140^4} + 15,3 \cdot \frac{97,1^4}{140^4} \cdot 2,17 + 56,4 \cdot \frac{97,1^4}{97,1^4} = 69,252 \text{ mm} \end{aligned} \quad (10.10)$$

Výpočet redukované délky L_{e3}

$$k_3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{D_4}{D_3} \cdot \left[\left(\frac{D_4}{D_3} \right)^2 + \frac{D_4}{D_3} + 1 \right] = \frac{1}{3} \cdot \frac{184}{140} \cdot \left[\left(\frac{184}{140} \right)^2 + \frac{184}{140} + 1 \right] = 1,77 \quad (10.11)$$

$$\begin{aligned} L_{e3} &= L_9 \cdot \frac{D_{red}^4}{D_4^4} + L_8 \cdot \frac{D_{red}^4}{D_4^4} \cdot k_3 + L_7 \cdot \frac{D_{red}^4}{D_3^4} = \\ &= 36,7 \cdot \frac{97,1^4}{184^4} + 52,1 \cdot \frac{97,1^4}{184^4} \cdot 1,77 + 22,3 \cdot \frac{97,1^4}{140^4} = 15,161 \text{ mm} \end{aligned} \quad (10.12)$$

Výpočet celkové redukované délky L_{red} a tuhosti c

$$L_{red} = L_{e1} + L_{e2} + L_{e3} = 87,9 + 69,3 + 15,2 = 172,4 \text{ mm} \quad (10.13)$$

Na základě znalosti redukovaných délek hřídele je možno přejít k výpočtu tuhosti výpočtového modelu hřídele. Nejprve je nutné vztah pro výpočet tuhosti (10.4) upravit tak, aby v něm figurovali veličiny jako je redukovaná délka a redukovaný průměr hřídele:

$$c = \frac{M_k}{\varphi} = \frac{G \cdot I_{pred}}{L_{red}} = \frac{G \cdot \frac{\pi}{32} \cdot D_{red}^4}{L_{red}} = \frac{G \cdot \pi \cdot D_{red}^4}{32 \cdot L_{red}} = \frac{81 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot 97,1^4}{32 \cdot 172,4} =$$

$$= 4\,103\,650,1 \cdot 10^3 \frac{\text{Nmm}}{\text{rad}} = 4\,103\,650,1 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \quad (10.14)$$

K tomu, abych mohl provést výpočet parametrů vlastního netlumeného kmitání je nutné znát hmotnost a hmotový moment setrvačnosti:

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{\pi \cdot D_{red}^2}{4} \cdot L_{red} = 7850 \cdot \frac{\pi \cdot 0,0971^2}{4} \cdot 0,172 = 10,014 \text{ kg} \quad (10.15)$$

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{D_{red}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 10,014 \cdot \left(\frac{0,0971}{2}\right)^2 = 0,012 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (10.16)$$

Vlastní frekvence netlumeného kmitání

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{c}{I}} = 1,865 \cdot 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \quad (10.17)$$

Výše uvedený vztah popisuje vlastní úhlovou frekvenci v $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$. K tomu, aby ji bylo možno porovnávat s hodnotami získanými z MKP analýz, nebo k vyhodnocení naměřených vibrací je nutné znát hodnotu v s^{-1} , tedy:

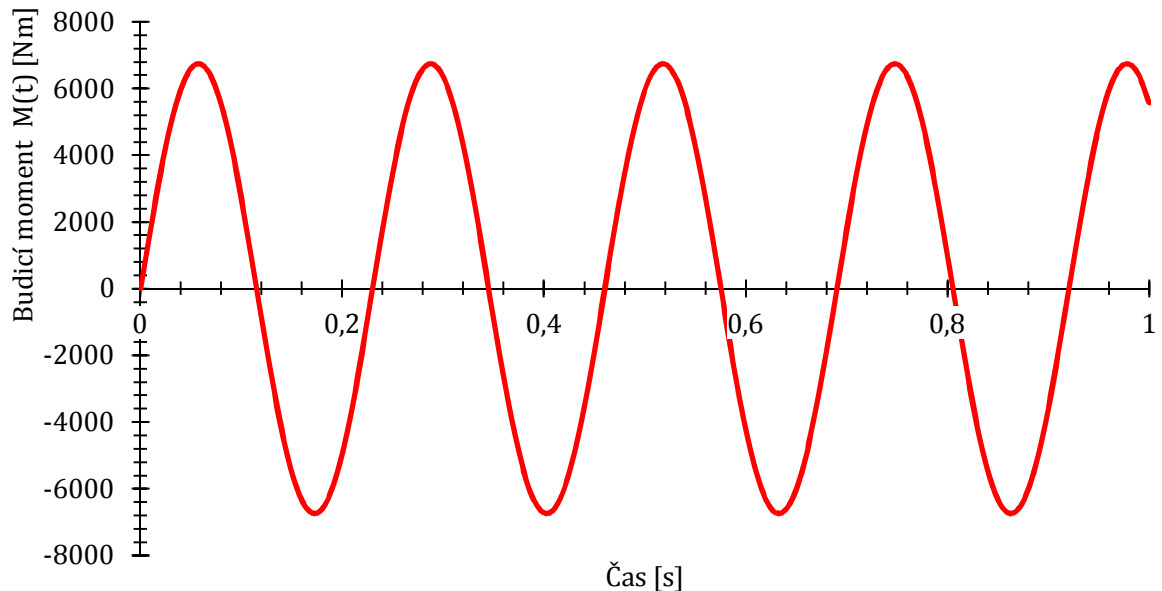
$$f_0 = \frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{1,865 \cdot 10^4}{2\pi} = 2,968 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1} \quad (10.18)$$

Pozn. V této fázi lze vidět, že výpočtový model vytvořený v této kapitole dosahuje vysoké tuhosti oproti skutečnému modelu nebo modelu v MKP. Řešení tímto způsobem by bylo velice náročné, protože by bylo nutné do výpočtu zavést také tuhosti křížových kloubů, uložení ložisek apod., tím by se analytický výpočet stal velice složitým. Do výpočtu by se musela zahrnout řada zjednodušujících parametrů, které by měly negativní vliv na výsledek. Z těchto důvodů uvádím tuto kapitolu v přílohách, taktéž se jedná i o příklad, jak by se mohlo postupovat.

Dále následuje výpočet amplitudy při torzním kmitání. K výpočtu amplitudy je nutné znát amplitudu budicího momentu M_a a časový průběh momentu $M(t)$. Dle [4] je časový průběh momentu naftového motoru definován následovně:

$$M(t) = M_a \cdot \sin(\omega_m \cdot t) \quad (10.19)$$

Pro jízdní režim 4R1700 je hodnota amplitudy motoru $M_a = 7570 \text{ Nm}$ a $\omega_m = 27,3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

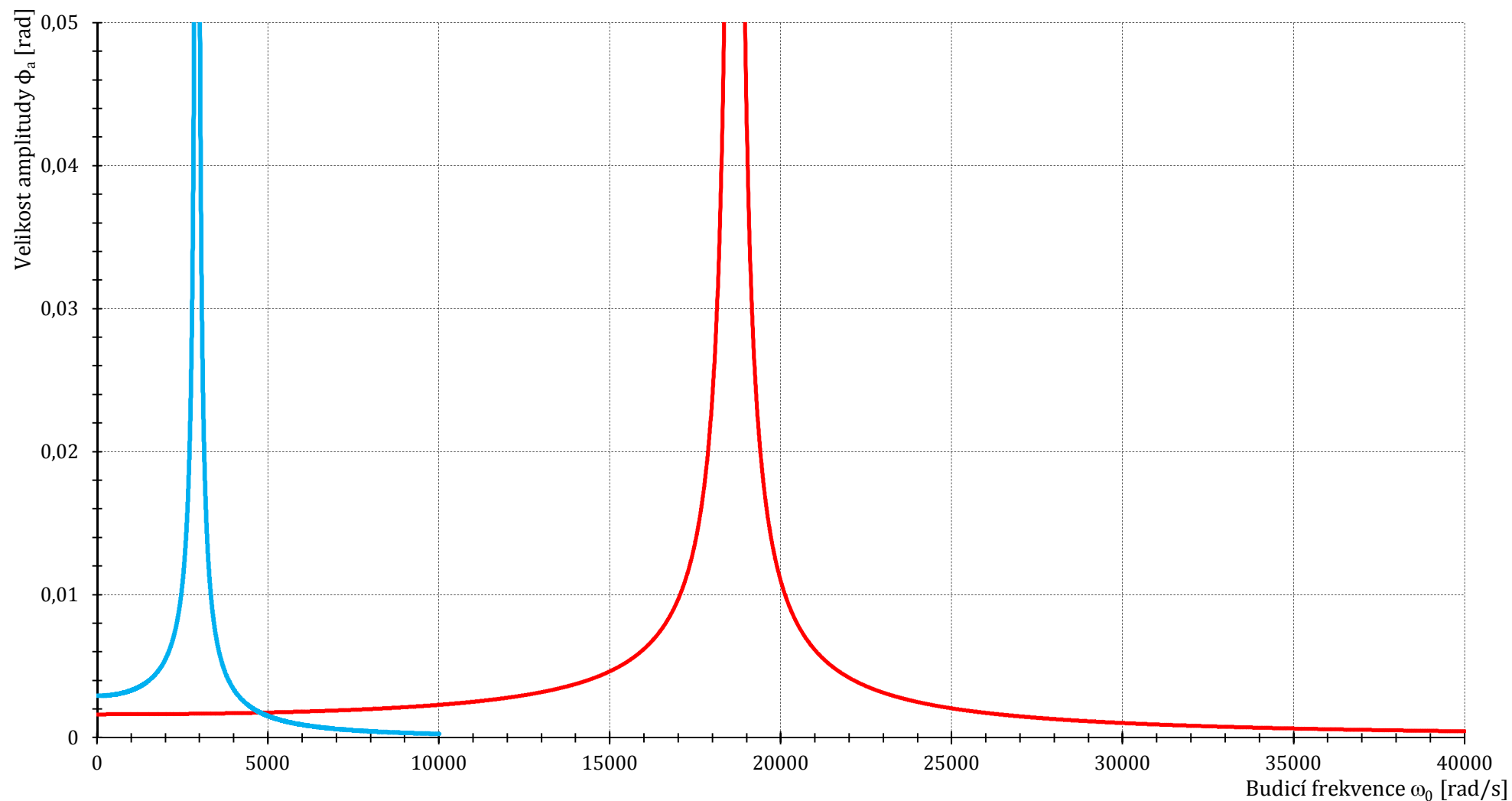


Příloha L - 5 – Časový průběh budicího momentu

V tuto chvíli je možné přejít k výpočtu amplitudy. Hodnota úhlové rychlosti $\omega_0 = 44,98 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

$$\begin{aligned} \phi_a &= \frac{M_a}{I} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_m^2)^2 + (2 \cdot \delta \cdot \omega_0)^2}} = \frac{7570}{0,012} \cdot \frac{1}{\sqrt{((1,865 \cdot 10^4)^2 - 44,98^2)^2 + (2 \cdot 0 \cdot 44,98)^2}} \quad (10.20) \\ &= 1,813 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \end{aligned}$$

Z výše uvedeného vztahu lze odvodit amplitudovou charakteristiku. Vzhledem k tomu, že výpočtový model sestavený v této kapitole je značně nepřesný, bude se i amplitudová charakteristika značně lišit od skutečnosti. K sestavení přesnější amplitudové charakteristiky jsem využil výsledků z kap. 5.3.2. lze předpokládat, že amplitudová charakteristika získaná z modální MKP analýzy bude ležet více „vlevo“.



Příloha L - 6 – Amplitudová charakteristika výpočtového modelu z Příloha L - 2 (červeně) a amplitudová charakteristika z hodnot získaných MKP analýzou v kap.5.3.2 (modře)

M. Síly působící na ložiska křížového kloubu

Z kap. 3 vyplývá, že nerovnoměrnost chodu je závislá na úhlu mezi hřídelemi β . Z toho lze usuzovat, že síla působící na ložiska bude proměnná a její velikost se bude měnit s úhlem β a s úhlem natočení γ_1 resp. γ_2 . V kap. 5.3.6 byla vznesena otázka, zda při rotaci vložené hřídele nedochází ke vzniku síly, která by byla schopna způsobit vibrace. Podle [7] dochází ke vzniku síly na vloženém unašeči, která je skloněna pod úhlem β a působí na ložiska kříže kardanové hřídele. Výkon je definován podle:

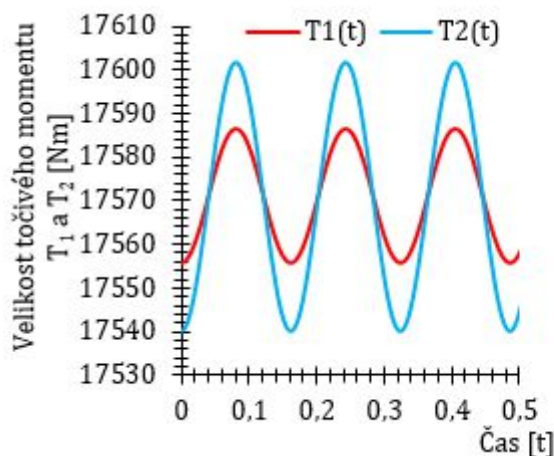
$$P = T \cdot \omega \text{ [kW]} \quad (10.21)$$

Z výše uvedeného vztahu, lze odvodit vztah pro výpočet točivého momentu působícího na ložisko křížového kloubu. [7]

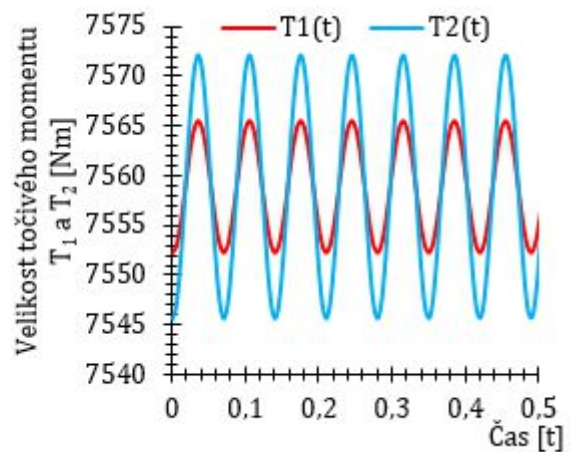
$$T = \frac{P}{\omega_{vystup}} = \frac{P}{\omega \cdot \sqrt{1 + \sin^2(\beta) \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t)}} \text{ [Nm]} \quad (10.22)$$

kde pro jízdní režim 3N1200 je $\omega = 19,25 \text{ rad/s}$, pro jízdní režim 4R1700 je $\omega = 44,98 \text{ rad}$

Na následujícím obrázku je uveden průběh točivého momentu v čase pro jízdní režim 3N1200. $T_1(t)$ představuje průběh momentu na ložiscích křížového kloubu vstupní (hnací) hřídele, $T_2(t)$ představuje průběh točivého momentu na ložiscích křížového kloubu vložené hřídele.



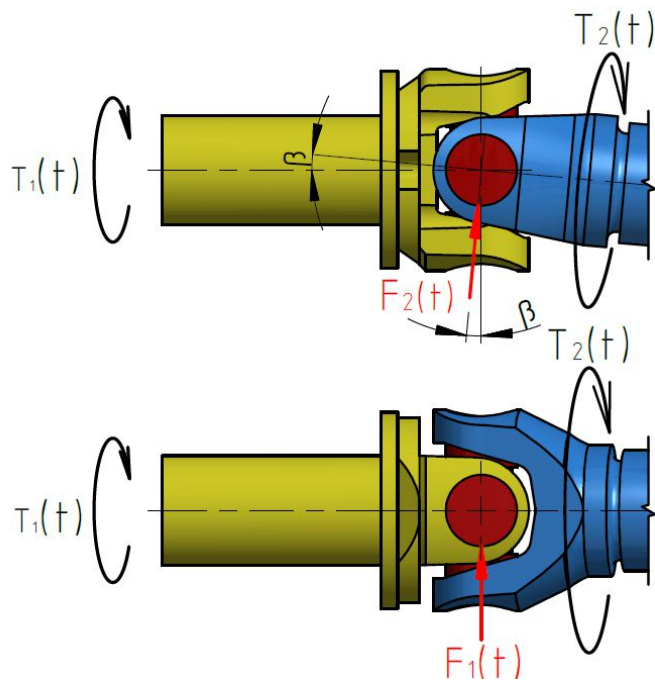
a)



b)

Příloha M - 1 – Průběh točivého momentu při jízdním režimu a) 3N1200 a b) 4R1700

Při znalosti točivého momentu je možno určit sílu působící na ložiska křížového kloubu. Lze předpokládat, že síla působící na ložiska křížového kloubu hnací (vstupní) hřídele bude působit přesně ve vertikálním směru. Naopak síla působící na ložiska křížového kloubu hnané (vložené) hřídele bude skloněna o úhel β , viz Příloha M - 2.



Příloha M - 2 – Působení síly na ložiska křížového kloubu a) hnaná (vložená) hřídel; b) hnací (vstupní) hřídel

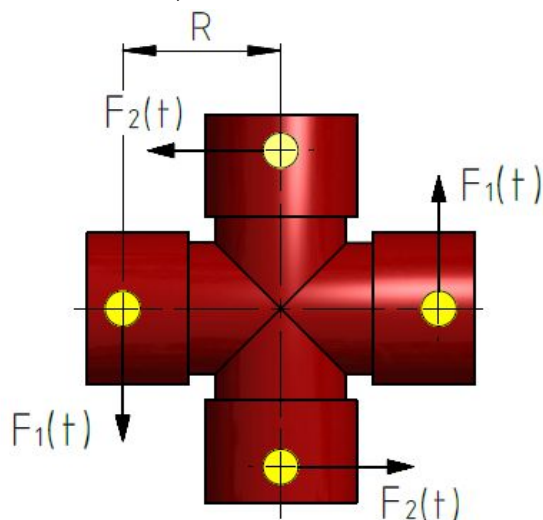
Točivý moment $T_1(t)$ způsobuje působení silové dvojice na ložiska křížového kloubu hnací hřídele:

$$T_1(t) = 2 \cdot F_1(t) \cdot R \rightarrow F_1(t) = \frac{T_1(t)}{2 \cdot R} \text{ [N]} \quad (10.23)$$

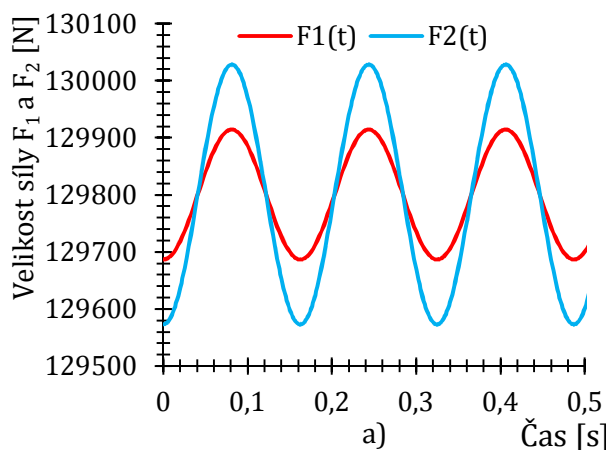
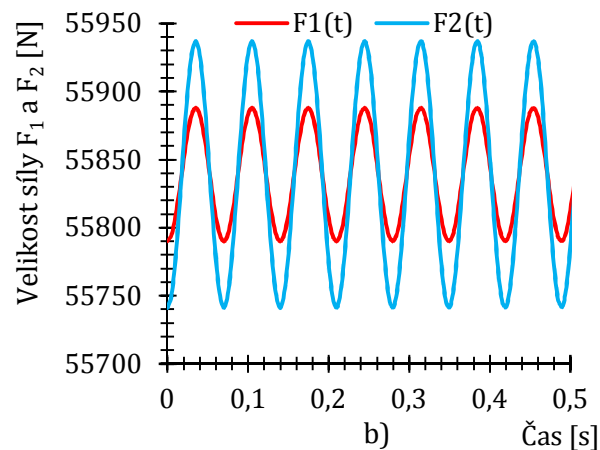
Podobně jako v předchozím případě točivý moment $T_2(t)$ způsobuje silové působení na ložiska křížového kloubu hnané hřídele.

$$T_2(t) = 2 \cdot F_2(t) \cdot R \rightarrow F_2(t) = \frac{T_2(t)}{2 \cdot R} \text{ [N]} \quad (10.24)$$

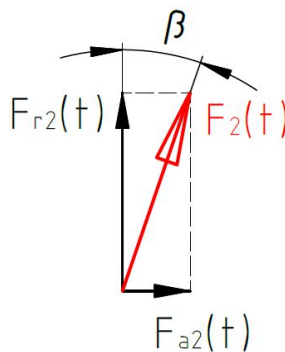
kde R je rameno točivého momentu $R = 0,068 \text{ m}$



Příloha M - 3 – Poloha působení sil na kříži

Příloha M - 4 – Velikost sil $F_1(t)$ a $F_2(t)$ při jízdním režimu 3N1200Příloha M - 5 - Velikost sil $F_1(t)$ a $F_2(t)$ při jízdním režimu 4R1700

Z obr. Příloha M - 2 lze vidět, že na ložisko působí síla $F_2(t)$ pod úhlem β . Rozložením této síly do dvou na sebe kolmých rovin získám časové průběhy sil v axiálním a radiálním směru.

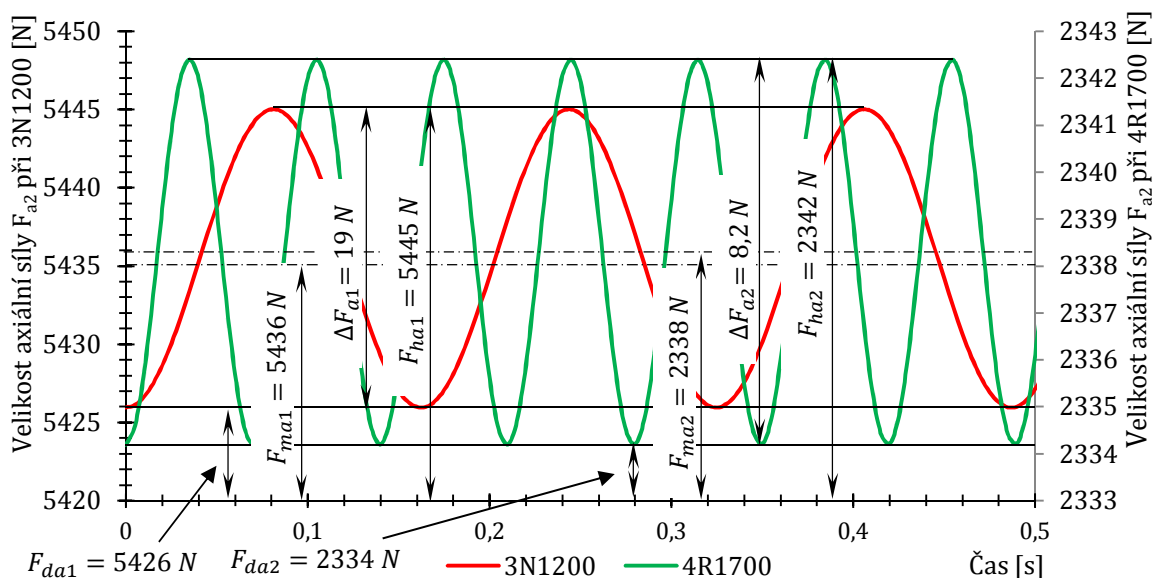
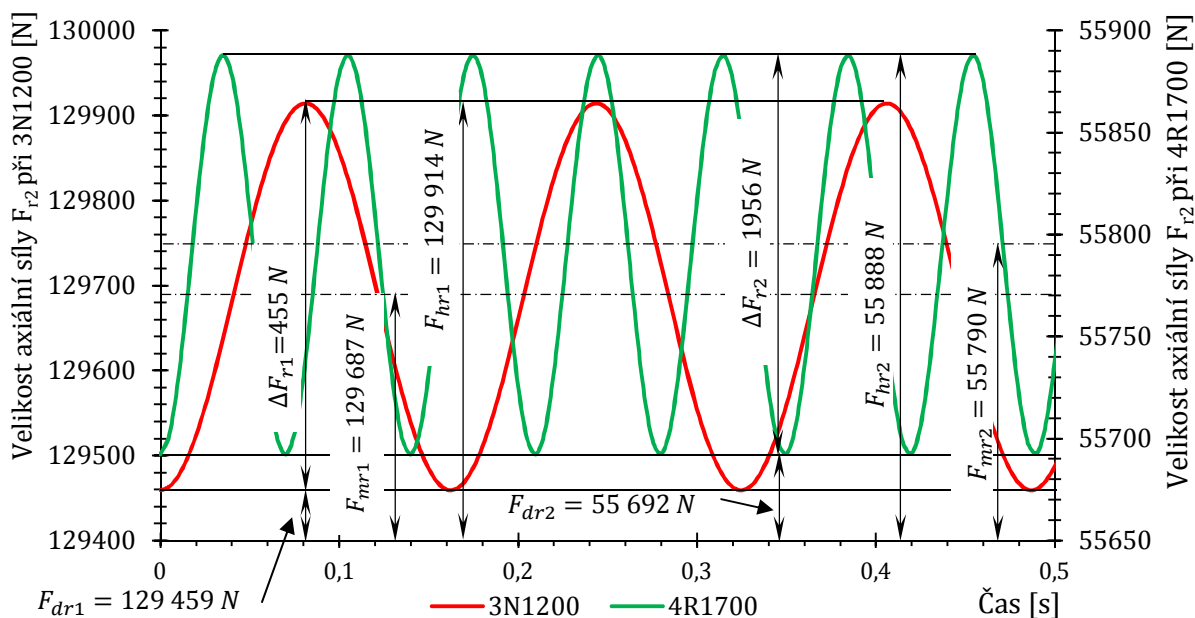
Příloha M - 6 – Rozložení síly $F_2(t)$ do axiálního směru $F_{a2}(t)$ a radiálního směru $F_{r2}(t)$

Z výše uvedeného plynou následující vztahy pro výpočet velikosti sil v axiálním a radiálním směru.

$$F_{r2}(t) = F_2(t) \cdot \cos(\beta) \text{ [N]} \quad (10.25)$$

$$F_{a2}(t) = F_2(t) \cdot \sin(\beta) \text{ [N]} \quad (10.26)$$

Na následujících obrázcích jsou znázorněny průběhy jednotlivých složek síly $F_2(t)$. Lze vidět, že axiální složka je v případě, kdy úhel $\beta = 2,4^\circ$ minimální. Lze předpokládat, že axiální složka bude při úhlu $\beta = 90^\circ$ maximální a radiální složka minimální. V případě, že $\beta = 0^\circ$ bude axiální složka síly nulová a radiální složka bude maximální.

Příloha M - 7 – Průběh axiální síly $F_{a2}(t)$ při jízdních režimech 3N1200 a 4R1700Příloha M - 8 – Průběh radiální síly $F_{r2}(t)$ při jízdních režimech 3R1200 a 4R1700

V následující tabulce jsou uvedeny hodnoty jednotlivých složek axiálních a radiálních sil.

Příloha M - 9 – Složky axiálních a radiálních sil pro jízdní režimy 3N1200 a 4R1700

	3N1200		4R1700	
	Axiální síla	Radiální síla	Axiální síla	Radiální síla
F_h	5445 N	129914,1 N	2342,4 N	55887,9 N
F_d	5425,9 N	129459,2 N	2334,2 N	55692,2 N
F_a	9,5 N	227,5 N	4,1 N	97,9 N
F_m	5435,5 N	129686,6 N	2338,3 N	55790,1 N

Podle [7] se mění působiště síly $F_2(t)$ na ložiska křížového kloubu v intervalu $\pm\gamma_2$ (úhel natočení vložené hřídele) a to z toho důvodu, že dochází k rotaci kříže v hnacím unášeči, kolem své vlastní osy a tím dochází k natáčení kříže. Tímto dochází ke změně působiště síly na ložiska. Plochy, na kterých jsou uložena ložiska a jsou vystaveny působení této síly, jsou namáhány Hertzovým tlakem.

Vznik axiálních sil může být také způsoben posunem motoru či převodovky v axiálním směru. Dále na vznik axiálních sil při rotaci kardanové hřídele má vliv koeficient tření v drážkování na střední části kardanové hřídele dovolující axiální posuvu a taktéž přeplnění tohoto prostoru mazivem. [24]

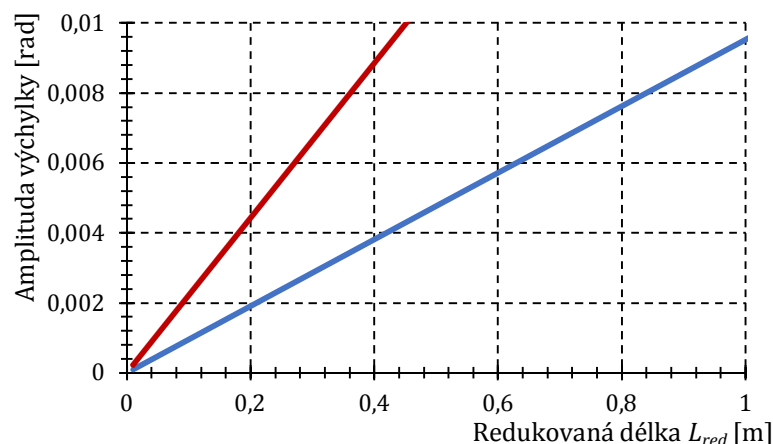
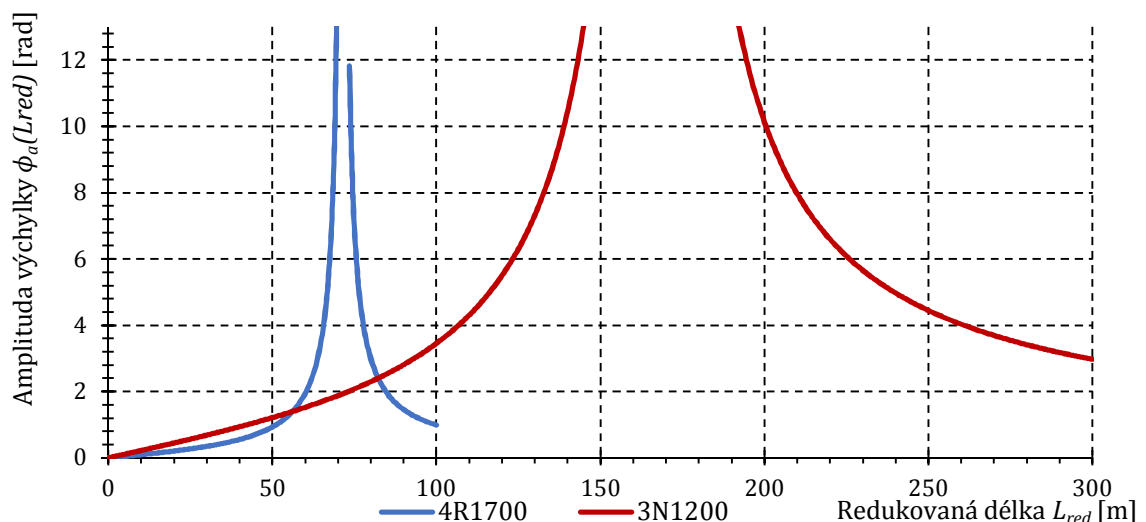
N. Amplitudová charakteristika v závislosti na délce redukované hřídele

V této příloze uvádím amplitudovou charakteristiku v závislosti na délce redukované hřídele. Předpokladem je redukce hřídele na redukovaný průměr $D_{red} = 97,1 \text{ mm}$. Při sestavování této závislosti jsem využíval platnosti následujícího vztahu:

$$\phi_a(L_{red}) = \frac{M_a}{I(L_{red})} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\Omega_0(L_{red})^2 - \omega_0^2)^2 + (2 \cdot \delta \cdot \omega_0)^2}} \quad (10.27)$$

Velikost amplitudy budícího momentu M_a je pro jízdní režim 3N1200 $M_{a3N1200} = 17610 \text{ Nm}$ a počáteční úhlová rychlost $\omega_0 = 19,25 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, pro jízdní režim 4R1700 $M_{a4R1700} = 7575 \text{ Nm}$ a počáteční úhlová rychlost $\omega_0 = 44,98 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Hodnoty konstanty dozívání δ jsou neznámé a je nutné určit je experimentálně.

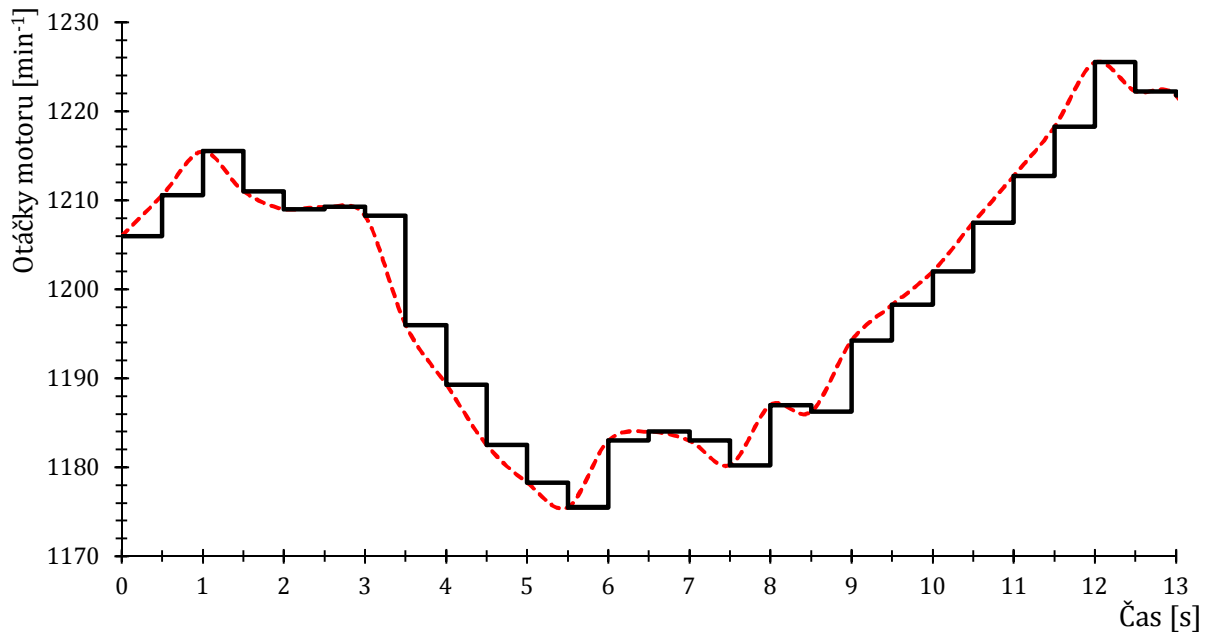
Z obr. příloha N-1 vyplývá, že rezonance nastává až při vysokých délkách hřídelí (redukovaných délkách hřídelí). Je nutné poznamenat, že se jedná jen o ryze informativní graf. Nepředpokládám, že by nastala nějaká aplikace, kde by délka kardanové hřídele byla několik desítek metrů. Z toho, lze usuzovat, že rezonance běžně dostupných kardanových hřídelů při redukcí na průměr $D_{red} = 97,1 \text{ mm}$ nastane v nekonečnu.



Příloha N - 1 – Amplitudová charakteristika v závislosti na délce redukované hřídele, červeně pro jízdní režim 3N1200, modře pro jízdní režim 4R1200

0. Výpočet ekvivalentních otáček motoru pro vyhodnocení naměřených vibrací

Během měření vibrací docházelo ke změně otáček motoru. Vzhledem k tomu, že bylo nutné nějakým způsobem napočítat otáčkové frekvence jednotlivých částí hnacího traktu, bylo nutné uvažovat při výpočtu s nějakou konstantní hodnotou otáček motoru. Z těchto důvodů bylo nutné spočítat ekvivalentní hodnotu otáček motoru. Z důvodu velkého počtu naměřených hodnot jsem následující graf omezil na prvních 13 s měření. Do výpočtu jsem bral v úvahu jen otáčky motoru každých 0,5 s abych výpočet určitým způsobem zjednodušil a snížil tím počet hodnot se kterými musím pracovat.



Příloha 0 - 1 – Zjednodušený průběh otáček během měření vibrací – pro jízdní režim 3N1200

$$n_{M1} = \sqrt{\frac{n_{m11}^2 \cdot t_1 + n_{m21}^2 \cdot t_2 \dots n_{mn1}^2 \cdot t_n}{t_1 + t_2 + \dots t_n}} = \sqrt{\frac{1206^2 \cdot 0,5 + 1210,6^2 \cdot 0,5 \dots}{0,5 + 0,5 \dots}} = 1200,7 \text{ min}^{-1} \quad (10.28)$$

$$n_{M2} = \sqrt{\frac{n_{m12}^2 \cdot t_1 + n_{m22}^2 \cdot t_2 \dots n_{mn2}^2 \cdot t_n}{t_1 + t_2 + \dots t_n}} = \sqrt{\frac{1660,75^2 \cdot 0,5 + 1658,2^2 \cdot 0,5 \dots}{0,5 + 0,5 \dots}} = 1640,8 \text{ min}^{-1} \quad (10.29)$$

Tato diplomová práce byla vypracována v rámci projektu *SP2018/45 – Analýza strojních součástí v kritických místech namáhání*.